Examenul de bacalaureat 2009
Proba D_MT3_M4
Probă scrisă la MATEMATICĂ
Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare.
BAREM DE CORECTARE ŞI DE NOTARE
Subiecte 2009

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea punctajului obținut la 10.**

SUBIECTUL I **30 de puncte**

1)	$f(-1)=0 \Leftrightarrow -a+b=0$	**2p**
	$f(0)=2 \Leftrightarrow b=2$	**2p**
	$a=b=2 \Rightarrow f(x)=2x+2$	**1p**
2)	$4\vec{a}=20\vec{i}-28\vec{j}$	**2p**
	$-2\vec{b}=4\vec{i}-6\vec{j}$	**2p**
	$\vec{v}=29\vec{i}-29\vec{j}$	**1p**
3)	$\cos 135^0=\cos(180^0-45^0)=-\cos 45^0$	**4p**
	$-\cos 45^0+\cos 45^0=0$	**1p**
4)	$x_1+x_2=S=6$	**1p**
	$x_1 x_2=P=4$	**1p**
	$E=\dfrac{x_1^2+x_2^2}{x_1 x_2}=\dfrac{S^2-2P}{P}$	**2p**
	$E=7$	**1p**
5)	$2^x+4^x+4=10 \Leftrightarrow 4^x+2^x-6=0$	**1p**
	$2^x=t>0 \Rightarrow t^2+t-6=0$	**1p**
	$t_1=-3<0$ nu convine	**1p**
	$t_2=2 \Rightarrow 2^x=2 \Rightarrow x=1$	**2p**
6)	$\left\|2-3\sqrt{2}\right\|=3\sqrt{2}-2$	**2p**
	$\left\|3-2\sqrt{2}\right\|=3-2\sqrt{2}$	**2p**
	$\left\|2-3\sqrt{2}\right\|+\left\|3-2\sqrt{2}\right\|=1+\sqrt{2}$	**1p**

SUBIECTUL al II-lea **30 de puncte**

a)	$10 * x = r$, unde r este restul împărțirii lui $10\cdot x$ la 10.	**2p**
	Restul împărțirii lui $10\cdot x$ la 10 este zero.	**2p**
	$10 * x = 0, \forall x \in N$.	**1p**
b)	$*$ este asociativă,	**1p**
	$5*5*5*5*5=5*(5*5)*(5*5)$	**1p**
	$5*5=5$	**2p**
	$5*5*5*5*5=5*5=5$	**1p**
c)	Se scrie tabla legii de compoziție "$*$" pe mulțimea I	

$*$	1	3	5	7	9
1	1	3	5	7	9
3	3	9	5	1	7
5	5	5	5	5	5
7	7	1	5	9	3
9	9	7	5	3	1

	(tabla de mai sus)	4p
	De aici se obține că $\forall x, y \in I$, $x * y \in I$.	1p
d)	Din tabla legii de compoziție "$*$" pe mulțimea $I \setminus \{5\}$ obținem că $\forall x, y \in I \setminus \{5\}$ $x * y \in I \setminus \{5\}$	1p
	legea "$*$" este comutativă, tabla legii "$*$" fiind simetrică față de diagonala principală	1p
	1 este elementul neutru al legii "$*$" pe mulțimea $I - \{5\}$	1p
	orice element din mulțimea $I - \{5\}$ este simetrizabil în raport cu legea "$*$": $1' = 1$, $3' = 7$, $7' = 3$, $9' = 9$	1p
	Legea "$*$" fiind şi asociativă obținem că $(I \setminus \{5\}, *)$ grup comutativ	1p
e)	Deoarece "$*$" este asociativă pe $\mathbb{N}$ avem: $A = 2 * 4 * 6 * ... * 2010 = \underbrace{(2 * 4 * 6 * 8)}_{x} * 10 * \underbrace{(12 * ... * 2010)}_{y}$	3p
	$A == x * (10 * y) = x * 0 = 0$	2p
f)	Se presupune că legea de compoziție "$*$", definită pe mulțimea $\mathbb{N}$, admite element neutru, adică există $e \in \mathbb{N}$ astfel încât oricare ar fi $\forall x \in \mathbb{N}$, $e * x = x$	2p
	Pentru $x > 10$, înseamnă că restul împărțirii lui $e \cdot x$ la 10 este x ceea ce este absurd, restul împărțirii fiind mai mic strict decât împărțitorul	2p
	Deci legea de compoziție "$*$", definită pe mulțimea $\mathbb{N}$, nu admite element neutru	1p

SUBIECTUL al III-lea **30 de puncte**

a)	$A^2 = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$	5p
b)	$\det(A) = 1$,	2p
	$\det\left(A^2\right) = 1$	2p
	$\det(A) = \det\left(A^2\right) = 1$	1p
c)	$xA = \begin{pmatrix} x & -3x \\ x & -2x \end{pmatrix}$	1p
	$yI_2 = \begin{pmatrix} y & 0 \\ 0 & y \end{pmatrix}$	1p
	$\begin{pmatrix} x + y - 2 & -3x + 3 \\ x - 1 & -2x + y + 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow x = y = 1$	3p
d)	Din c) avem: $A^2 = -A - I_2$,	2p
	$A^3 = A^2 A = -A^2 - A = I_2$	2p
	$\Rightarrow A^3 + A^2 + A = O_2$	1p
e)	$A + A^2 + A^3 = O_3$ şi $28 = 3 \cdot 9 + 1$	2p
	$\Rightarrow A + A^2 + ... + A^{28} = A + 9 \cdot O_2 = A$	3p

f)	$aI_2 + A$ inversabilă $\Leftrightarrow \det\left(aI_2 + A\right) \neq 0$	**2p**
	$\det\left(aI_2 + A\right) = \begin{vmatrix} a+1 & -3 \\ 1 & a-2 \end{vmatrix} = a^2 - a + 1$	**2p**
	$a^2 - a + 1 = \left(a - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0 \Rightarrow \det\left(aI_2 + A\right) \neq 0,\ \forall a \in \mathbb{R}$	**1p**