



Olimpiada Națională de Matematică

Etapa Județeană și a Municipiului București, 13 Martie 2010

CLASA a VII-a

Problema 1.

- (i) Descompuneți în factori expresia $xy - x - y + 1$.
- (ii) Demonstrați că dacă numerele întregi a și b verifică $|a + b| > |1 + ab|$, atunci $ab = 0$.

Problema 2. Fie n un număr natural, $n \geq 2$. Determinați restul împărțirii numărului $n(n + 1)(n + 2)$ la $n - 1$.

Gazeta Matematică

Problema 3. Se consideră triunghiul ABC cu $AB = AC$ și $\angle BAC = 40^\circ$. Punctele S și T se află pe laturile AB , respectiv BC , astfel încât $\angle BAT = \angle BCS = 10^\circ$. Dreptele AT și CS se intersectează în punctul P . Demonstrați că $BT = 2PT$.

Problema 4. Considerăm patrulaterul $ABCD$ cu $AD = DC = CB$ și $AB \parallel CD$. Punctele E și F aparțin segmentelor CD și BC astfel încât $\angle ADE = \angle AEF$. Demonstrați că

- (i) $4CF \leq CB$.
- (ii) Dacă $4CF = CB$, atunci AE este bisectoarea unghiului $\angle DAF$.

*Timp de lucru 3 ore. Se acordă în plus 30 de minute pentru întrebări.
Fiecare problemă este notată cu 7 puncte.*