

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**SUBIECTUL II (30p)**

1. Se consideră matricea  $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ ,  $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ .

5p a) Să se arate că există  $a \in \mathbb{R}$  astfel încât  $A^2 = aA$ .

5p b) Să se calculeze  $(A - A^t)^{2009}$ .

5p c) Să se rezolve ecuația  $X^5 = A$ ,  $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ .

2. Pentru  $a, b$  din mulțimea  $M = [0, \infty)$  se definește operația  $a * b = \ln(e^a + e^b - 1)$ .

5p a) Să se arate că dacă  $a, b \in M$ , atunci  $a * b \in M$ .

5p b) Să se arate că legea de compoziție „ $*$ ” este asociativă.

5p c) Pentru  $n \in \mathbb{N}$ ,  $n \geq 2$ , să se determine  $a \in M$  astfel încât  $\underbrace{a * a * \dots * a}_{\text{de } n \text{ ori } a} = 2a$ .