

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x \operatorname{arctg} x - \ln(1 + x^2)$.

5p a) Să se arate că funcția f este convexă pe \mathbb{R} .

5p b) Să se arate că funcția f' este mărginită.

5p c) Să se demonstreze că $f(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

2. Se consideră șirul $(I_n)_{n \geq 1}$, $I_n = \int_0^1 \frac{x^n}{1+x^{2n}} dx, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

5p a) Să se calculeze I_1 .

5p b) Să se arate că $I_n \leq \frac{1}{n+1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

5p c) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} I_n$.