

**SUBIECTUL III (30p)**

1. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = e^x + x^3 - x^2 + x$ .

5p a) Să se arate că funcția  $f$  este strict crescătoare.

5p b) Să se arate că funcția  $f$  este inversabilă.

5p c) Să se calculeze  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f^{-1}(x)}{\ln x}$ .

2. Se consideră șirul  $(I_n)_{n \geq 1}$ ,  $I_n = \int_0^1 \frac{x^n}{x^2 + 3x + 2} dx$ .

5p a) Să se calculeze  $I_1$ .

5p b) Să se arate că  $I_{n+2} + 3I_{n+1} + 2I_n = \frac{1}{n+1}$ ,  $\forall n \in \mathbb{N}^*$ .

5p c) Să se calculeze  $\lim_{n \rightarrow \infty} nI_n$ .