

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și mulțimea $G = \{X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) \mid X^2 = X\}$, unde

$$X^2 = X \cdot X.$$

5p

a) Să se verifice că $A \in G$.

5p

b) Să se calculeze $\det(A^3 - 2A^2 + A)$, unde $A^3 = A \cdot A \cdot A$.

5p

c) Să se demonstreze că $(2X - I_2)^2 = I_2$, oricare ar fi $X \in G$.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = xy - \sqrt{2009}(x + y) + 2009 + \sqrt{2009}$.

5p

a) Să se arate că $x * y = (x - \sqrt{2009})(y - \sqrt{2009}) + \sqrt{2009}$, oricare ar fi $x, y \in \mathbb{R}$.

5p

b) Să se determine elementul neutru al legii de compoziție „*”.

5p

c) Știind că legea de compoziție „*” este asociativă, să se calculeze $(-\sqrt{2009}) * (-\sqrt{2008}) * \dots * 0 * \dots * (\sqrt{2008}) * (\sqrt{2009})$.