

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x^2 + 2x + 1) \cdot e^x$.

5p a) Să se verifice că $f'(x) = (x+1)(x+3) \cdot e^x$, oricare ar fi $x \in \mathbb{R}$.

5p b) Să se determine ecuația asimptotei către $-\infty$ la graficul funcției f .

5p c) Să se demonstreze că $f(-2) + f(-4) \leq \frac{8}{e^3}$.

2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x + 2, & x \leq 1 \\ \ln x, & x > 1 \end{cases}$.

5p a) Să se arate că funcția f admite primitive.

5p b) Să se demonstreze că orice primitivă a funcției f este convexă pe $(1; +\infty)$.

5p c) Să se calculeze $\int_0^e f(x) dx$.