

**SUBIECTUL III (30p)**

1. Se consideră funcția  $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 - x - \ln x$ .

5p a) Să se calculeze  $f'(x)$ ,  $x \in (0, +\infty)$ .

5p b) Să se arate că funcția  $f$  este convexă pe  $(0, +\infty)$ .

5p c) Să se arate că  $f(x) \geq 0$ , oricare ar fi  $x > 0$ .

2. Pentru fiecare  $n \in \mathbb{N}^*$  se consideră funcțiile  $f_n : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f_n(x) = (2-x)^n$ .

5p a) Să se determine  $\int f_1(x) dx$ , unde  $x \in [0, 2]$ .

5p b) Să se calculeze aria suprafeței plane cuprinse între graficul funcției  $g : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = f_1(x) \cdot e^x$ , axa  $Ox$  și dreptele de ecuații  $x = 0$  și  $x = 2$ .

5p c) Să se calculeze volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei  $Ox$ , a graficului funcției  $f_5$ .