Soluții

1. Observăm că x are forma 4k+1.

Egalitatea dată devine $1+5+9+...+(4k+1)=231$

Numerele $1,5,9...(4k+1)$ formează o progresie aritmetică cu primul termen 1 şi rația 4.

In total sunt k+1 termeni care se adună.

$S_{k+1}=\dfrac{(k+1)(a_1+a_{k+1})}{2}=\dfrac{(k+1)(1+4k+1)}{2}=(k+1)(2k+1)=231$.

Se obține ecuația $2k^2+3k-230=0$ care are singura soluție acceptabilă k=10.

Pentru k=10 obținem x=41.

2. Ecuația ataşată este $2x^2-5x+3=0$ şi are soluțiile $x_1=1$ şi $x_1=\dfrac{3}{2}$.

Din tabelul de semn al expresiei $2x^2-5x+3$ obținem soluția inecuației date $x\in\left[1,\dfrac{3}{2}\right]$.

3. $f:(0,+\infty)\to(1,+\infty)$ deci $f^{-1}:(1,+\infty)\to(0,+\infty)$.

$f(x)=y$

$f^{-1}(y)=x$

$f(x)=x^2+1=y\Rightarrow x=\sqrt{y-1}\in(0,+\infty)$ şi y>1.

$f^{-1}(y)=\sqrt{y-1}$ sau altfel scris $f^{-1}(x)=\sqrt{x-1}$.

4. $C_9^2=36$ submulțimi cu trei elemente care conțin cifra 1.

5. $AB=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}=\sqrt{(m-2)^2+(-2-m)^2}=\sqrt{2m^2+8}=4$

$\Rightarrow 2m^2+8=16\Rightarrow m^2=4\Rightarrow m=\pm 2$

6. $\cos\dfrac{23\pi}{12}=\cos\left(2\pi-\dfrac{23\pi}{12}\right)=\cos\left(\dfrac{\pi}{12}\right)$

$\cos\dfrac{23\pi}{12}\cdot\sin\dfrac{\pi}{12}=\cos\left(\dfrac{\pi}{12}\right)\cdot\sin\dfrac{\pi}{12}=\dfrac{\sin\dfrac{\pi}{6}}{2}=\dfrac{1}{4}$.