# Soluții

**1.** Observăm că x are forma $x = 2k+1$

Ecuația dată devine: $1+3+5+...+(2k+1) = 225$

Avem mai sus suma a k+1 termeni ai unei progresii aritmetice cu rația r=2 primul termen egal cu 1.

$S_{k+1} = \frac{(k+1)(1+2k+1)}{2} = (k+1)^2 = 225 \Rightarrow k+1 = 15 \Rightarrow k = 14$.

**2.** Punem condițiile:

$$\begin{cases} \Delta \ge 0 \\ |x_1 - x_2| = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m^2 + 8m \ge 0 \\ (x_1 - x_2)^2 = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m \in (-\infty, -8] \cup [0, +\infty) \\ x_1^2 - 2x_1x_2 + x_2^2 = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m \in (-\infty, -8] \cup [0, +\infty) \\ S^2 - 4P = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m \in (-\infty, -8] \cup [0, +\infty) \\ m^2 + 8m = 9 \end{cases}$$

Se obțin valorile $m_1 = 1$ şi $m_2 = -9$.

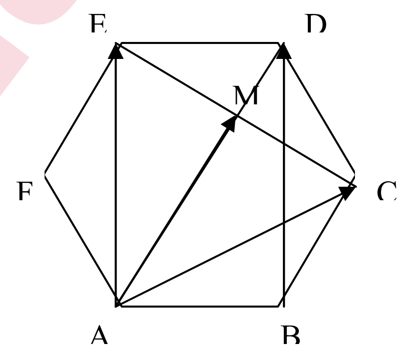
**3.** Expresia $2^{-x+1} + 1$ este pozitivă pentru orice x real deci nu mai are sens să punem condiții de existență.

$\log_2\left(2^{-x+1} + 1\right) = x \Leftrightarrow 2^x = 2^{-x+1} + 1 \Leftrightarrow 2^x = \frac{2}{2^x} + 1$

Notăm $2^x = y > 0$ şi avem $y = \frac{2}{y} + 1 \Rightarrow y^2 - y - 2 = 0$ care are soluțiile $y_1 = 2$ şi $y_2 = -1$.

Convine doar soluția pozitivă $y_1 = 2$ din care obținem x=1.

**4.** $C_{17}^3 = \frac{17!}{3! \cdot 14!} = 680$ iar $C_{17}^{15} = \frac{17!}{15! \cdot 2!} = 136$. Evident avem $C_{17}^3 > C_{17}^{15}$.




**5.** $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AE} = 2\overrightarrow{AM}$ unde M este mijlocul segmentului CE.

MD =2 deoarece este cateta care se opune unghiului de $30^0$ in triunghiul dreptunghic EMD cu ipotenuza de 4.

$AM = AD - MD = 8 - 2 = 6$

Rezultă că modulul vectorului $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}$ este egal cu 12.

**6.** Folosim formula $\sin x = \cos(90^0 - x)$.

$$\sin^2 1^0 + \sin^2 2^0 + ... + \sin^2 44^0 + \sin^2 45^0 + \sin^2 46^0 + ... + \sin^2 90^0 =$$
$$= \sin^2 1^0 + \sin^2 2^0 + ... + \sin^2 44^0 + \sin^2 45^0 + \cos^2 44^0 + ... \cos^2 1^0 + \cos^2 0^0 =$$
$$= \underbrace{1+1+...+1}_{de\ \ 45\ \ de\ \ ori} + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 45 + \frac{1}{2} = \frac{91}{2}.$$

Am mai folosit aici formula fundamentală a trigonometriei şi anume $\sin^2 x + \cos^2 x = 1, \forall x \in \mathbb{R}$.