

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**Soluții**

1.a)  $f'(x) = \frac{3(1-x^2)(1+x^2)}{(x^4+3)^2}, x \in \mathbb{R}.$

b)  $x=1$  este punct de maxim,  $x=-1$  este punct de minim;  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0 = \lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ . Imaginea lui  $f$  este  $\text{Im } f = \left[ \frac{-1}{4}, \frac{1}{4} \right].$

c) Dacă  $x = y$  avem egalitate. Dacă  $x \neq y$ , se aplică T.Lagrange, se arată că  $f'(c) \leq 1$  și rezultă cerința.

2.a) Avem:  $\int_2^3 f(x) dx = \int_2^3 (x^2 + x - 2) dx = \left( \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - 2x \right) \Big|_2^3 = \frac{41}{6}.$

b) Se descompune în fracții simple funcția de integrat și se obține  $\int_{-1}^0 \frac{x^2 - 13}{x^2 - 3x + 2} dx =$

$$\int_{-1}^0 \left( \frac{2}{x-1} - \frac{4}{(x-1)^2} - \frac{1}{x+2} \right) dx = -3 \ln 2 - 2.$$

c)  $g'(x) = 0 \Leftrightarrow 2x \cdot f(x^2) \cdot e^{x^2} = 0 \Leftrightarrow 2xe^{x^2}(x^2+2)(x^2-1)^2 = 0 \Leftrightarrow x \in \{0, 1, -1\}.$  Doar  $x = 0$  este punct de extrem.