Soluții

1.a) Utilizând relațiile lui Viete obținem $x_1 + x_2 + x_3 = 0$.

b) x_1, x_2, x_3 sunt rădăcinile ecuației $x^3 - 3x + 2 = 0$ deci avem:

$x_1^3 - 3x_1 + 2 = 0$

$x_2^3 - 3x_2 + 2 = 0$

$x_3^3 - 3x_3 + 2 = 0$

....

$x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 - 3(x_1 + x_2 + x_3) + 6 = 0$

$\Rightarrow x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = -6$

c) $d = \begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ x_2 & x_3 & x_1 \\ x_3 & x_1 & x_2 \end{vmatrix} = 3x_1x_2x_3 - (x_1^3 + x_2^3 + x_3^3)$

A treia relație a lui Viete ne dă $x_1x_2x_3 = -\dfrac{d}{a} = -2$ deci $d = -6 - (-6) = 0$

2.a) $(x+4)(y+4) - 4 = xy + 4x + 4y + 16 - 4 = xy + 4x + 4y + 12$ c.c.t.d.

b) $x \circ (-4) = -4x + 4x - 16 + 12 = -4, \forall x \in \mathbb{R}$.

c) Observăm că $(-4) \circ x = -4, \forall x \in \mathbb{R}$

$(-2009) \circ (-2008) \circ \ldots \circ (-4) \circ \ldots \circ (2008) \circ (2009) = -4$.