Soluție

1. a. $\begin{vmatrix} 1 & -a & -1 \\ 1 & 4 & -2 \\ 1 & -2 & 2 \end{vmatrix} \neq 0 \Leftrightarrow 8+2a+2+2a+4 \neq 0 \Leftrightarrow 4a+10 \neq 0 \Leftrightarrow a \neq -\frac{5}{2}$. Pentru $a \in \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{-5}{2}\right\}$ matricea este inversabilă.

b. $A^2 = A \cdot A = \begin{pmatrix} 1 & -a & -1 \\ 1 & 4 & -2 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -a & -1 \\ 1 & 4 & -2 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -a & -5a+2 & 2a-3 \\ 3 & a+20 & -13 \\ 1 & -a-12 & 7 \end{pmatrix}$.

c. Se rezolvă cu formulele lui Cramer $x = \frac{d_x}{d} = 2,\ y = \frac{d_y}{d} = 3$ și $z = \frac{d_z}{d} = -1$.

2. a. Calculând avem $x \circ (y \circ z) = xyz + 4xy + 4xz + 4yz + 16x + 16y + 16z + 60$,
$(x \circ y) \circ z = xyz + 4xy + 4xz + 4yz + 16x + 16y + 16z + 60$ de unde $x \circ (y \circ z) = (x \circ y) \circ z$.

b. Din $x \circ (-4) = x \cdot (-4) + 4x + 4 \cdot (-4) + 12 = -4$ avem $x \circ (-4) \circ y = (-4) \circ y = -4y + 4 \cdot (-4) + 4y + 12 = -4$.

c. Folosind punctele **a)** și **b)** rezultatul este -4.