

Rezolvare

1.a. $f'(x) = 2(x+1) + 2(x-1) = 4x$.

b. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 2}{x^2} = 2$.

c. $g(x) = \frac{2x}{x^2 + 1}$; $g'(x) = \frac{2(1-x^2)}{(x^2 + 1)^2}$. Din tabelul de variație al funcției g se obține că g este crescătoare pe $[-1; 1]$ și descrescătoare pe $(-\infty; -1]$ și pe $[1; +\infty)$.

2.a. $g(x) = e^x \Rightarrow \int g(x) dx = g(x) + C$.

b. $\int_1^e f(x) dx = \left(e^x + x(\ln x - 1) \right) \Big|_1^e = e^e - e + 1$.

c. $\int_1^e x \cdot f(x^2) dx = \frac{1}{2} F(x^2) \Big|_1^e = \frac{e^{e^2} + e^2 - e + 1}{2}$. $F(x) = e^x + x(\ln x - 1)$, $\forall x > 0$ este o primitivă a funcției f .