

Soluție

1.a) $l_s(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (3^x + 1) = 4$, $f(1) = 4$, $l_d(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (ax + 2) = a + 2$; $l_s = l_d = f(1) \Leftrightarrow a + 2 = 4 \Rightarrow a = 2$.

b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1 \Rightarrow y = 1$ asimptotă orizontală.

c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (3^x \cdot x) = 0$.

2.a) $F'(x) = f(x) \Rightarrow f(x) = \frac{-1}{(x+1)^2} + \frac{1}{(x+2)^2}$.

b) $F'(x) = \frac{-1}{(x+1)^2} + \frac{1}{(x+2)^2} = \frac{-2x-3}{(x+1)^2(x+2)^2}$. Tabelul de variație pentru $F' \Rightarrow F$ descrescătoare.

c) $F(0) = \frac{1}{2}$, $F(1) = \frac{1}{6}$ și F descrescătoare $\Rightarrow \frac{1}{6} \leq F(x) \leq \frac{1}{2}$, oricare ar fi $x \in [0,1]$

$$\Rightarrow \int_0^1 \frac{1}{6} dx \leq \int_0^1 F(x) dx \leq \int_0^1 \frac{1}{2} dx.$$