

**Soluție**

1.a)  $l_s(0) = l_d(0) = f(0) = \frac{3}{2} \Rightarrow f$  este continuă în  $x_0 = 0$ .

b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x+3}{x+2} = 2 \Rightarrow y = 2$  este ecuația asimptotei orizontale.

c) Pentru  $x \geq 0$ ,  $f(x) = \frac{2x+3}{x+2}$ ,  $f'(x) = \frac{1}{(x+2)^2} > 0 \Rightarrow f$  crescătoare;  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 2$ ,  $f(0) = \frac{3}{2}$ .

2.a)  $\frac{1}{x^2+2x} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{x+2} \right)$ ;  $\int_1^2 \frac{1}{x^2+2x} dx = \frac{1}{2} \ln \frac{3}{2}$ .

b)  $\frac{x}{x+1} \leq 1$  pentru  $x \in [0, 1] \Rightarrow \int_0^1 \frac{x}{x+1} dx \leq \int_0^1 dx = 1$ .

c)  $\int_1^a \frac{1}{x} dx = \ln a \Rightarrow \ln a, \ln b, \ln c$  în progresie aritmetică  $\Leftrightarrow \ln b = \frac{\ln a + \ln c}{2}$

$\Leftrightarrow 2 \ln b = \ln(a \cdot c) \Leftrightarrow b^2 = ac \Leftrightarrow a, b, c$  în progresie geometrică.