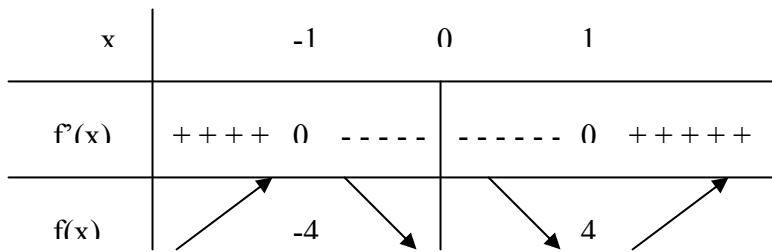


1.a) $f'(x) = \left(x^3 + \frac{3}{x} \right)' = 3x^2 - \frac{3}{x^2}$.

b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = f'(1) = 3 - 3 = 0$

c) $f'(x) = 0 \Rightarrow 3x^2 - \frac{3}{x^2} = 0 \Rightarrow x^4 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$

Tabelul de variație al funcției este:



Funcția este crescătoare pe intervalele $(-\infty, -1)$ și $(1, +\infty)$ și este descrescătoare pe intervalele $(-1, 0)$ și $(0, 1)$.

2.a) $V(C_f) = \pi \int_0^1 f^2(x) dx = \pi \int_0^1 x^2(2-x^2) dx = \pi \left[\frac{2x^3}{3} - \frac{x^5}{5} \right]_0^1 = \pi \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{5} \right) = \frac{7\pi}{15}$

b) $\int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 x \sqrt{2-x^2} dx = -\frac{1}{2} \int_0^1 \left(-2x \cdot (2-x^2)^{\frac{1}{2}} \right) dx = -\frac{1}{2} \cdot \left. \frac{(2-x^2)^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} \right|_0^1 = -\frac{1}{3} + \frac{\sqrt{8}}{3} = \frac{2\sqrt{2}-1}{3}$

c)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x f(t) dt \left(\frac{0}{0}\right)}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\left(\int_0^x f(t) dt \right)'}{(x^2)'} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(F(x) - F(0))'}{(x^2)'} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{F'(x)}{(x^2)'} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x\sqrt{2-x^2}}{2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2-x^2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

unde cu F s-a notat o primitivă a funcției f .