Soluții

1. a) $f'(x)=2^x\ln 2+3^x\ln 3$.

b) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0$, deci $y=0$ este asimptotă orizontală la $-\infty$.

c) $f''(x)=2^x\ln^2 2+3^x\ln^2 3>0$ pentru orice $x\in\mathbb{R}$, deci f este convexă pe $\mathbb{R}$.

2. a) $\int\limits_0^{\frac{1}{2}}(x+1)f_2(x)dx=\int\limits_0^{\frac{1}{2}}x^2dx=\frac{1}{24}$.

b) $f_1(x)\geq 0,\ \forall x\in[0;1]\Rightarrow \text{Aria}\left(\Gamma_{f_1}\right)=\int\limits_0^1\frac{x}{x+1}dx=\left(x-\ln(x+1)\right)\Big|_0^1=1-\ln 2$.

c) $\frac{x^{2009}}{x+1}\leq\frac{1}{x+1}$, pentru orice $x\in[0,1]$ deci $\int\limits_0^1 f_{2009}(x)dx\leq\int\limits_0^1\frac{1}{x+1}dx=\ln 2$.