

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

Soluții

1. a) $f'(x) = (2x+2) \cdot e^x + (x^2 + 2x+1) \cdot e^x = (x+1)(x+3) \cdot e^x, x \in \mathbb{R}.$

b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + 2x + 1}{e^{-x}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x + 2}{-e^{-x}} = 0 \Rightarrow y = 0$ este ecuația asiptotei orizontale la G_f către $-\infty$.

c) $f'(x) = 0 \Rightarrow x \in \{-3; -1\}$. Din tabelul de variație al funcției obținem $f(x) \leq f(-3) = \frac{4}{e^3}, \forall x \leq -1$.

Deci $f(-2) + f(-4) \leq \frac{8}{e^3}$.

2. a) f continuă pe $(-\infty; 1)$ și pe $(1; \infty)$; $l_s(1) = l_d(1) = f(1) = 0 \Rightarrow f$ continuă și în $x_0 = 1 \Rightarrow f$ admite primitive.

b) Fie F o primitivă a funcției f . F este convexă pe $(1; \infty) \Leftrightarrow F''(x) = f'(x) = \frac{1}{x} > 0, \forall x > 1$, inegalitate adevărată.

c) $\int_0^e f(x) dx = \int_0^1 (x^2 - 3x + 2) dx + \int_1^e \ln x dx = \frac{11}{6}$.