Soluții

1. a) $f'(x) = 2x - 1 - \frac{1}{x}$, pentru orice $x > 0$.

b) $f''(x) = 2 + \frac{1}{x^2} > 0$, pentru orice $x > 0$, deci f este convexă pe $(0,+\infty)$.

c) Din studiul semnului derivatei lui f se deduce că f este descrescătoare pe $(0;1]$ și crescătoare pe $[1,+\infty)$, deci $f(x) \geq f(1) = 0$, pentru orice $x > 0$.

2. a) $\int f_1(x)dx = \int (2-x)dx = 2x - \frac{x^2}{2} + \mathcal{C}$.

b) $g(x) = (2-x)\cdot e^x \geq 0,\ \forall x \in [0;2] \Rightarrow \text{Aria}(\Gamma_g) = \int_0^2 (2-x)\cdot e^x dx = (3-x)e^x \Big|_0^2 = e^2 - 3$.

c) $V = \pi\int_0^2 (2-x)^{10} dx = -\frac{\pi(2-x)^{11}}{11}\Big|_0^2 = \frac{2^{11}\pi}{11}$.