

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

Soluții

1. a) $f'(x) = e^x + x \cdot e^x = (x+1) \cdot e^x$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$.

b) $f''(x) = (x+2) \cdot e^x$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$ și din semnul derivatei a doua se obține că f este concavă pe $(-\infty, -2]$ și convexă pe $[-2, +\infty)$.

c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{e^{-x}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(-\frac{1}{e^{-x}} \right) = 0$, deci $y=0$ este asimptotă orizontală la $-\infty$.

2. a) $\int x \cdot f_1(x) dx = \int 2x dx = x^2 + C$.

b) $\int_0^1 f_2(x) dx = \int_0^1 \left(x + \frac{2}{x+1} \right) dx = \left(\frac{x^2}{2} + 2 \ln(x+1) \right) \Big|_0^1 = \frac{1}{2} + 2 \ln 2$.

c) Din $0 \leq \frac{x^{2009} + x + 2}{x+1} \leq \frac{2x+2}{x+1}$, pentru orice $x \in [0, 1]$ se obține $\text{Aria}(\Gamma_{f_{2009}}) = \int_0^1 f_{2009}(x) dx \leq \int_0^1 2 dx$,

adică $\text{Aria}(\Gamma_{f_{2009}}) \leq 2$.