Examenul național de bacalaureat 2021
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Testul 8

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\frac{2}{3}\cdot 0,3+3,2:4=\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{10}+\frac{32}{10}\cdot\frac{1}{4}=$	**3p**
	$=\frac{1}{5}+\frac{4}{5}=1$	**2p**
2.	$f(a)=2a \Leftrightarrow 6-4a=2a$	**3p**
	$a=1$	**2p**
3.	$x^2-2x+16=16 \Rightarrow x^2-2x=0$	**2p**
	$x=0$ sau $x=2$, care convin	**3p**
4.	Mulțimea A are 9 elemente, deci sunt 9 cazuri posibile	**2p**
	Numerele n din mulțimea A pentru care $(n-2)(n-6)\geq 0$ sunt 1, 2, 6, 7, 8 și 9, deci sunt 6 cazuri favorabile	**2p**
	$p=\frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}}=\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$	**1p**
5.	$M(-3,4)$	**2p**
	$OA=5$, $OM=5$, deci triunghiul OAM este isoscel	**3p**
6.	Triunghiul ABC este dreptunghic în B, deci $\frac{AB\cdot BC}{2}=2$, și, cum $AB=BC$, obținem $AB=2$	**3p**
	$P_{ABCD}=4AB=8$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$\det A=\begin{vmatrix}-3 & 2\\ -6 & 4\end{vmatrix}=-3\cdot 4-2\cdot(-6)=$	**3p**
	$=-12+12=0$	**2p**
b)	$\det(B(x))=x^2-4x+14$, pentru orice număr real x	**2p**
	Cum $\det(B(7)-A)=\begin{vmatrix}10 & 0\\ -1 & -1\end{vmatrix}=-10$, obținem $x^2-4x+4=0$, deci $x=2$	**3p**
c)	$xA=\begin{pmatrix}-3x & 2x\\ -6x & 4x\end{pmatrix}$, $A\cdot B(x)=\begin{pmatrix}-3x-14 & 2x-14\\ -6x-28 & 4x-28\end{pmatrix} \Rightarrow xA-A\cdot B(x)=\begin{pmatrix}14 & 14\\ 28 & 28\end{pmatrix}$, pentru orice număr real x	**3p**
	$\begin{pmatrix}14 & 14\\ 28 & 28\end{pmatrix}=14C$, de unde obținem $C=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 2 & 2\end{pmatrix}$	**2p**
2.a)	$1*3=6\cdot 1\cdot 3-6\cdot 1-6\cdot 3+7=$	**3p**
	$=18-6-18+7=1$	**2p**

b)	$x*\frac{7}{6}=6x\cdot\frac{7}{6}-6x-6\cdot\frac{7}{6}+7=7x-6x-7+7=x$, pentru orice număr real x	**2p**
	$\frac{7}{6}*x=6\cdot\frac{7}{6}\cdot x-6\cdot\frac{7}{6}-6x+7=7x-7-6x+7=x$, pentru orice număr real x, deci $e=\frac{7}{6}$ este elementul neutru al legii de compoziție „*”	**3p**
c)	$\frac{m}{2}*\left(-\frac{m}{3}\right)=-m^2-m+7$, pentru orice număr întreg m	**2p**
	$-m^2-m+7\geq 1\Leftrightarrow m^2+m-6\leq 0$, de unde obținem $m\in[-3,2]$, deci suma numerelor întregi care verifică inegalitatea este egală cu $-3+(-2)+(-1)+0+1+2=-3$	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=3x^2-\frac{3}{x^2}+0=$	**3p**
	$=\frac{3\left(x^4-1\right)}{x^2}=\frac{3\left(x^2-1\right)\left(x^2+1\right)}{x^2},\ x\in(0,+\infty)$	**2p**
b)	$f'(x)=0\Leftrightarrow x=1$	**2p**
	$f'(x)\leq 0$, pentru orice $x\in(0,1]\Rightarrow f$ este descrescătoare pe $(0,1]$, $f'(x)\geq 0$, pentru orice $x\in[1,+\infty)\Rightarrow f$ este crescătoare pe $x\in[1,+\infty)$	**3p**
c)	$f''(x)=6x+\frac{6}{x^3},\ x\in(0,+\infty)$	**2p**
	$f''(x)\geq 0$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$, deci funcția f este convexă	**3p**
2.a)	$\int_0^2 (x+1)f(x)\,dx=\int_0^2 2x\,dx=x^2\Big\vert_0^2=$	**3p**
	$=4-0=4$	**2p**
b)	$\int_1^3 \frac{2}{x+1}dx=2\int_1^3\frac{(x+1)'}{x+1}dx=2\ln(x+1)\Big\vert_1^3=$	**3p**
	$=2\ln 4-2\ln 2=2\ln 2$	**2p**
c)	$\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} f(x)\cdot f(-x)\,dx=\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}}\frac{4x^2}{x^2-1}dx=4\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}}\frac{x^2-1+1}{x^2-1}dx=4\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}}\left(1+\frac{1}{x^2-1}\right)dx=4\left(x+\frac{1}{2}\ln\frac{1-x}{1+x}\right)\Big\vert_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}}=$	**3p**
	$=4\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\ln\frac{1}{3}+\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\ln 3\right)=4(1-\ln 3)$	**2p**