Examenul de bacalaureat naţional 2016
Proba E. c)

Matematică *M_mate-info*

Clasa a XII-a
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocaţională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total obţinut pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$(2a+1)+(2b-1)i=0$	**3p**
	Cum a și b sunt numere reale, obținem $a=-\dfrac{1}{2}$, $b=\dfrac{1}{2}$	**2p**
2.	$\Delta=m^2-4$	**2p**
	$-\dfrac{m^2-4}{4}=-3 \Leftrightarrow m^2-16=0 \Leftrightarrow m=-4$ sau $m=4$	**3p**
3.	$\log_3 x=\dfrac{1}{\log_3 x} \Rightarrow (\log_3 x+1)(\log_3 x-1)=0$	**3p**
	$x=\dfrac{1}{3}$ sau $x=3$, care verifică ecuaţia	**2p**
4.	Sunt 90 de numere naturale de două cifre, deci sunt 90 de cazuri posibile	**1p**
	Pătratele perfecte de o cifră sunt $0, 1, 4$ şi 9, deci sunt $3\cdot 4=12$ numere naturale de două cifre care au ambele cifrele pătrate perfecte, adică sunt 12 cazuri favorabile	**2p**
	$p=\dfrac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}}=\dfrac{12}{90}=\dfrac{2}{15}$	**2p**
5.	Punctele A, B şi C sunt coliniare, deci $m_{AB}=m_{BC}$	**2p**
	$\dfrac{-3-a}{0+1}=\dfrac{1+3}{1-0} \Leftrightarrow a=-7$	**3p**
6.	$\sin^2\dfrac{\pi}{7}-2\sin\dfrac{\pi}{7}\cos a+\cos^2 a+\cos^2\dfrac{\pi}{7}-2\cos\dfrac{\pi}{7}\sin a+\sin^2 a=2 \Leftrightarrow 2-2\sin\left(\dfrac{\pi}{7}+a\right)=2$	**3p**
	Cum $a\in(0,\pi)$, din relația $\sin\left(\dfrac{\pi}{7}+a\right)=0$, obținem $a=\dfrac{6\pi}{7}$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$A(1)=\begin{pmatrix}2&1&1\\1&1&1\\1&1&1\end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(1))=\begin{vmatrix}2&1&1\\1&1&1\\1&1&1\end{vmatrix}=$	**3p**
	$=0$	**2p**
b)	$\det(A(m))=\begin{vmatrix}2&1&m\\m&m&1\\1&m&1\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}2&1&m+1\\m&m&m+1\\1&m&m+1\end{vmatrix}=(m+1)\begin{vmatrix}2&1&1\\m-2&m-1&0\\-1&m-1&0\end{vmatrix}=(m+1)(m-1)^2$	**2p**
	Matricea $A(m)$ este inversabilă $\Leftrightarrow \det(A(m))\neq 0 \Leftrightarrow (m+1)(m-1)^2\neq 0 \Leftrightarrow m\in\mathbb{R}\setminus\{-1,1\}$	**3p**

c)	$A(0)=\begin{pmatrix}2&1&0\\0&0&1\\1&0&1\end{pmatrix}$, $\det(A(0))=1\neq 0$, $(A(0))^{-1}=\begin{pmatrix}0&-1&1\\1&2&-2\\0&1&0\end{pmatrix}$	3p
	$X=\begin{pmatrix}2&1&0\\-1&3&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&-1&1\\1&2&-2\\0&1&0\end{pmatrix}\Rightarrow X=\begin{pmatrix}1&0&0\\3&9&-7\end{pmatrix}$	2p
2.a)	$x*y=xy-4x-4y+16+4=$	2p
	$=x(y-4)-4(y-4)+4=(x-4)(y-4)+4$, pentru orice numere reale x și y	3p
b)	$x*4=4*y=4$, pentru x și y numere reale	2p
	$1*2*3*\ldots*2016=((1*2*3)*4)*(5*\ldots*2016)=4*(5*\ldots*2016)=4$	3p
c)	$(a-4)(b-4)(c-4)=62$, unde a, b și c sunt numere naturale și $a<b<c$	1p
	$\begin{cases}a-4=-2\\b-4=-1\\c-4=31\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=2\\b=3\\c=35\end{cases}$	2p
	$\begin{cases}a-4=1\\b-4=2\\c-4=31\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=5\\b=6\\c=35\end{cases}$	2p

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{x(x+1)}=0$	3p
	Dreapta de ecuație $y=0$ este asimptotă orizontală spre $+\infty$ la graficul funcției f	2p
b)	$f'(x)=0\Leftrightarrow-\dfrac{2x+1}{x^2(x+1)^2}=0$	3p
	Coordonatele punctului sunt $x=-\dfrac{1}{2}$ și $y=-4$	2p
c)	$\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\dfrac{1}{1\cdot2}+\dfrac{1}{2\cdot3}+\ldots+\dfrac{1}{n(n+1)}\right)^n=\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\dfrac{1}{1}-\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{3}+\ldots+\dfrac{1}{n}-\dfrac{1}{n+1}\right)^n=\lim\limits_{n\to+\infty}\left(1-\dfrac{1}{n+1}\right)^n=$	3p
	$=\dfrac{1}{e}$	2p
2.a)	$\displaystyle\int_2^4\frac{1}{\ln x}f(x)\,dx=\int_2^4\frac{1}{\ln x}\cdot\frac{\ln x}{x}\,dx=\int_2^4\frac{1}{x}\,dx=\ln x\Big\vert_2^4=$	3p
	$=\ln 2$	2p
b)	$\displaystyle\int_1^e\frac{f(x)}{x}\,dx=\int_1^e\frac{\ln x}{x^2}\,dx=\int_1^e\left(-\frac{1}{x}\right)'\ln x\,dx=-\frac{1}{x}\ln x\Big\vert_1^e+\int_1^e\frac{1}{x^2}\,dx=$	3p
	$=-\dfrac{1}{e}-\dfrac{1}{x}\Big\vert_1^e=1-\dfrac{2}{e}$	2p
c)	Cum $x\in[1,e]$, obținem $0\le\ln x\le1$, deci $0\le\dfrac{\ln x}{x^{n+1}}\le\dfrac{1}{x^{n+1}}$, pentru orice număr natural n	2p
	$\displaystyle 0\le\int_1^e\frac{\ln x}{x^{n+1}}\,dx\le\int_1^e\frac{1}{x^{n+1}}\,dx=-\frac{1}{n}\left(\frac{1}{e^n}-1\right)$ și cum $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(-\dfrac{1}{n}\left(\dfrac{1}{e^n}-1\right)\right)=0\Rightarrow\lim\limits_{n\to+\infty}\displaystyle\int_1^e\frac{f(x)}{x^n}dx=0$	3p