Examenul de bacalaureat național 2016
Proba E. c)
Matematică *M_şt-nat*
Clasa a XII-a
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$2(a_1+9r)=a_1+4r+a_1+5r+36 \Leftrightarrow 9r=36$ $r=4$	**3p** **2p**
2.	$x^2+3x-1=x-1 \Leftrightarrow x^2+2x=0$ $x=-2$ sau $x=0$	**3p** **2p**
3.	$\log_2 \frac{(x-1)(x^2-1)}{x+1}=4 \Rightarrow (x-1)^2=16$ $x=-3$ sau $x=5$, care verifică ecuația	**3p** **2p**
4.	Sunt 90 de numere naturale de două cifre, deci sunt 90 de cazuri posibile În mulțimea numerelor naturale de două cifre sunt 9 numere cu cifra unităților zero, 4 numere cu cifra zecilor cinci și cifra unităților număr par nenul și 4 numere cu cifra unităților cinci și cifra zecilor număr par, deci sunt 17 cazuri favorabile $p=\frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}}=\frac{17}{90}$	**1p** **2p** **2p**
5.	$A(1,1), B(1,4) \Rightarrow AB \parallel Oy$ și $A(1,1), C(5,1) \Rightarrow AC \parallel Ox$, deci ΔABC este dreptunghic în A Centrul cercului circumscris ΔABC este mijlocul laturii BC și are coordonatele $\left(3,\frac{5}{2}\right)$	**2p** **3p**
6.	$1+\cos 2x=2\cos^2 x$ $1-\cos 2x=2\sin^2 x \Rightarrow \frac{1+\cos 2x}{1-\cos 2x}=\frac{2\cos^2 x}{2\sin^2 x}=\text{ctg}^2 x$, pentru orice $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$	**2p** **3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$M(0)=\begin{pmatrix}1&1&1\\2&3&1\\0&-1&1\end{pmatrix} \Rightarrow \det(M(0))=\begin{vmatrix}1&1&1\\2&3&1\\0&-1&1\end{vmatrix}=3+(-2)+0-0-(-1)-2=$ $=0$	**3p** **2p**
b)	$2M(x)-M(-x)=\begin{pmatrix}2&2&2\\4&6&2\\2x&4x-2&2\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}1&1&1\\2&3&1\\-x&-2x-1&1\end{pmatrix}=$ $=\begin{pmatrix}1&1&1\\2&3&1\\3x&6x-1&1\end{pmatrix}=M(3x)$, pentru orice număr real x	**3p** **2p**

http://variante-mate.ro

c)	$\Delta=\begin{vmatrix}0 & 0 & 1\\ n & 2n-1 & 1\\ n^2 & 2n^2-1 & 1\end{vmatrix}=n(n-1)$, deci $\mathcal{A}_{\Delta OAB}=\frac{1}{2}\lvert\Delta\rvert=\frac{n(n-1)}{2}$	**3p**
	Cum pentru orice număr natural n, $n\geq 2$, numerele $n-1$ și n sunt consecutive, produsul lor este număr par, deci $\mathcal{A}_{\Delta OAB}$ este număr natural	**2p**
2.a)	$1\circ\frac{1}{3}=6\cdot 1\cdot\frac{1}{3}-2\cdot 1-2\cdot\frac{1}{3}+1=$	**2p**
	$=\frac{1}{3}$	**3p**
b)	$x\circ e=6xe-2x-2e+1=6ex-2e-2x+1=e\circ x$, pentru orice număr real x	**2p**
	$x\circ e=x\Leftrightarrow(3x-1)(2e-1)=0$, pentru orice număr real x, deci $e=\frac{1}{2}$ este elementul neutru al legii de compoziție „$\circ$”	**3p**
c)	$x\circ\frac{1}{3}=\frac{1}{3}\circ y=\frac{1}{3}$, pentru x și y numere reale	**2p**
	$\frac{1}{1008}\circ\frac{2}{1008}\circ\frac{3}{1008}\circ\ldots\circ\frac{2016}{1008}=\left(\frac{1}{1008}\circ\frac{2}{1008}\circ\ldots\circ\frac{335}{1008}\right)\circ\frac{1}{3}\circ\left(\frac{337}{1008}\circ\frac{338}{1008}\circ\ldots\circ\frac{2016}{1008}\right)=\frac{1}{3}$	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=\frac{1\cdot(x^4+3)-x\cdot 4x^3}{(x^4+3)^2}=\frac{3(1-x^4)}{(x^4+3)^2}=$	**3p**
	$=-\frac{3(x^4-1)}{(x^4+3)^2}=-\frac{3(x-1)(x+1)(x^2+1)}{(x^4+3)^2}$, $x\in\mathbb{R}$	**2p**
b)	$f(0)=0$, $f'(0)=\frac{1}{3}$	**2p**
	Ecuația tangentei este $y-f(0)=f'(0)(x-0)$, adică $y=\frac{1}{3}x$	**3p**
c)	$f'(x)=0\Leftrightarrow x=-1$ sau $x=1$	**1p**
	$x\in(-\infty,-1]\Rightarrow f'(x)\leq 0$, deci f descrescătoare pe $(-\infty,-1]$; $x\in[-1,1]\Rightarrow f'(x)\geq 0$, deci f crescătoare pe $[-1,1]$ și $x\in[1,+\infty)\Rightarrow f'(x)\leq 0$, deci f descrescătoare pe $[1,+\infty)$	**1p**
	Cum $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=0$, $f(-1)=-\frac{1}{4}$, $f(1)=\frac{1}{4}$ și $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=0$, obținem $-\frac{1}{4}\leq f(x)\leq\frac{1}{4}$, pentru orice $x\in\mathbb{R}$	**3p**
2.a)	$F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $F(x)=(x-1)e^x-2x+c$, unde $c\in\mathbb{R}$	**3p**
	$F(1)=0\Rightarrow c=2$, deci $F(x)=(x-1)e^x-2x+2$	**2p**
b)	$\int_0^1(x^2e^x-2x)dx=x^2e^x\Big\vert_0^1-\int_0^1 2xe^x dx-x^2\Big\vert_0^1=$	**3p**
	$=e-3$	**2p**
c)	$\int_1^x f(t)dt=F(x)-F(1)=(x-1)(e^x-2)$	**3p**
	$(x-1)(e^x-2)=0\Leftrightarrow x=1$ sau $x=\ln 2$	**2p**

http://variante-mate.ro