Examenul național de bacalaureat 2021

Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Model

Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\sqrt{3}\cdot\left(\frac{1}{\sqrt{3}-1}+\frac{1}{\sqrt{3}+1}\right)=\sqrt{3}\cdot\frac{\sqrt{3}+1+\sqrt{3}-1}{2}=$	**3p**
	$=\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}=3$	**2p**
2.	$f(n)=n-2$, deci $n-2<0$	**2p**
	$n<2$ și, cum n este număr natural, obținem $n=0$ sau $n=1$	**3p**
3.	$x^2-1=3\Rightarrow x^2-4=0$	**3p**
	$x=-2$ sau $x=2$, care convin	**2p**
4.	$x+\frac{20}{100}\cdot x=660$, unde x este prețul obiectului înainte de scumpire	**3p**
	$x=550$ de lei	**2p**
5.	Panta unei drepte paralele cu dreapta d este egală cu 3	**2p**
	Ecuația dreptei care trece prin M și este paralelă cu dreapta d este $y-0=3(x-2)$, deci $y=3x-6$	**3p**
6.	$\mathcal{A}_{ABCD}=\frac{AC\cdot BD}{2}=$	**2p**
	$=\frac{2\sqrt{5}\cdot 4}{2}=4\sqrt{5}$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	$(-3)*3=3\cdot(-3)\cdot 3+7\cdot((-3)+3)+14=$	**3p**
	$=-27+14=-13$	**2p**
2.	$x*y=3xy+7(x+y)+14=3yx+7(y+x)+14=$	**3p**
	$=y*x$, pentru orice numere reale x și y, deci legea de compoziție „$*$” este comutativă	**2p**
3.	$x*y=3xy+7x+7y+14=3xy+7x+7y+\frac{49}{3}-\frac{7}{3}=$	**3p**
	$=3x\left(y+\frac{7}{3}\right)+7\left(y+\frac{7}{3}\right)-\frac{7}{3}=3\left(x+\frac{7}{3}\right)\left(y+\frac{7}{3}\right)-\frac{7}{3}$, pentru orice numere reale x și y	**2p**
4.	$x*x=3\left(x+\frac{7}{3}\right)^2-\frac{7}{3}$, pentru orice număr real x	**2p**
	$3\left(x+\frac{7}{3}\right)^2-\frac{7}{3}=x\Leftrightarrow\left(x+\frac{7}{3}\right)(3x+6)=0$, deci $x=-\frac{7}{3}$ sau $x=-2$	**3p**

5.	$x*\frac{1}{x}\geq 31 \Leftrightarrow 3\cdot x\cdot\frac{1}{x}+7\left(x+\frac{1}{x}\right)+14\geq 31 \Leftrightarrow x+\frac{1}{x}\geq 2$	**3p**
	$x+\frac{1}{x}-2\geq 0 \Leftrightarrow \frac{(x-1)^2}{x}\geq 0$, adevărat pentru orice număr real x, $x>0$	**2p**
6.	$3\left(3^x+\frac{7}{3}\right)^2-\frac{7}{3}=83 \Leftrightarrow \left(3^x+\frac{7}{3}\right)^2=\frac{256}{9}$	**2p**
	Cum $3^x>0$, obţinem $3^x+\frac{7}{3}=\frac{16}{3} \Rightarrow 3^x=3$, deci $x=1$	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	$A(1)=\begin{pmatrix}3&1\\1&3\end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(1))=\begin{vmatrix}3&1\\1&3\end{vmatrix}=3\cdot 3-1\cdot 1=$	**3p**
	$=9-1=8$	**2p**
2.	$A(0)=\begin{pmatrix}3&0\\0&3\end{pmatrix}=3I_2$	**2p**
	$A(0)\cdot A(2020)=3I_2\cdot A(2020)=3A(2020)$	**3p**
3.	$\det(A(a))=\begin{vmatrix}3&a\\a&3\end{vmatrix}=9-a^2$, pentru orice număr real a	**2p**
	$9-a^2=-16 \Leftrightarrow a^2-25=0$, de unde obţinem $a=-5$ sau $a=5$	**3p**
4.	$A(1)+A(2)+\ldots+A(10)=\begin{pmatrix}3&1\\1&3\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}3&2\\2&3\end{pmatrix}+\ldots+\begin{pmatrix}3&10\\10&3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3\cdot 10&1+2+\ldots+10\\1+2+\ldots+10&3\cdot 10\end{pmatrix}=$	**2p**
	$=\begin{pmatrix}30&55\\55&30\end{pmatrix}=10\begin{pmatrix}3&\frac{11}{2}\\\frac{11}{2}&3\end{pmatrix}=10A\left(\frac{11}{2}\right)$	**3p**
5.	$B=A(m)+A(m^2)=\begin{pmatrix}6&m+m^2\\m+m^2&6\end{pmatrix} \Rightarrow \det B=36-(m+m^2)^2$, pentru orice număr natural m	**2p**
	Matricea B nu este inversabilă $\Leftrightarrow \det B=0$, deci $(m+m^2)^2=36$ şi, cum m este număr natural, obținem $m=2$	**3p**
6.	$A(a)\cdot A(b)=\begin{pmatrix}9+ab&3b+3a\\3a+3b&ab+9\end{pmatrix}$, deci $2(9+ab)+6(a+b)=2 \Leftrightarrow ab+3a+3b+9=1$	**2p**
	$(a+3)(b+3)=1$ și, cum a şi b sunt numere întregi, obţinem $(-2,-2)$ sau $(-4,-4)$	**3p**