

Examenul de bacalaureat național 2020

Proba E. c)

Matematică $M_{\text{șt-nat}}$

Test 6

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Determinați suma primilor cinci termeni ai progresiei aritmetice $(a_n)_{n \geq 1}$, știind că $a_1 = 5$ și rația $r = 2$.
- 5p 2. Determinați mulțimea valorilor reale ale lui a pentru care ecuația $x^2 - ax + a - 1 = 0$ are soluții reale distincte.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3 - \sqrt[3]{x^2 + x + 2} = 1$.
- 5p 4. Calculați $2C_4^3 - 3A_4^2$.
- 5p 5. Se consideră vectorii $\vec{u} = \vec{i} + a\vec{j}$ și $\vec{v} = 2\vec{i} + (a^2 + 1)\vec{j}$, unde a este număr real. Determinați numărul real a pentru care vectorii \vec{u} și \vec{v} sunt coliniari.
- 5p 6. Se consideră triunghiul ascuțitunghic ABC cu $AB = 8$, $BC = 8$ și aria egală cu 16. Determinați măsura unghiului B .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $M(x, y) = xI_2 + yA$, unde x și y sunt numere reale.
- 5p a) Arătați că $\det A = -1$.
- 5p b) Demonstrați că $M(x, y) \cdot M(a, b) = M(xa + yb, xb + ya)$, pentru orice numere reale a, b, x și y .
- 5p c) Determinați perechile (x, y) de numere reale, știind că $\det(M(x, y)) = 4$ și suma elementelor matricei $M(x, y) \cdot M(x, y)$ este egală cu 8.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definesc legile de compoziție $x * y = x + y - 1$ și $x \circ y = xy - x - y + 2$.
- 5p a) Arătați că $2 \circ (1 * 3) = (2 \circ 1) * (2 \circ 3)$.
- 5p b) Determinați numerele reale x pentru care $3^{x \circ x} = \left(\frac{1}{9}\right)^{x * x}$.
- 5p c) Determinați numerele reale x și y pentru care $(x - 1) * (2y + 1) = 2$ și $(x + y) \circ 4 = 10$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} 5x - 3, & x \in (-\infty, 1) \\ x^2 - x + \sqrt{x^2 + 3}, & x \in [1, +\infty) \end{cases}$.
- 5p a) Arătați că funcția f este continuă pe \mathbb{R} .
- 5p b) Arătați că, pentru orice număr real a , $a > 1$, tangenta la graficul funcției f în punctul $A(a, f(a))$ nu este paralelă cu axa Ox .
- 5p c) Demonstrați că funcția f este convexă pe $(1, +\infty)$.
2. Se consideră funcțiile $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{x} + x + 1$ și $g: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \frac{\sqrt{x} + 2x}{2x}$.
- 5p a) Demonstrați că funcția f este o primitivă a funcției g .

5p b) Calculați $\int_1^4 g(x) dx$.

5p c) Determinați numărul real m , $m > 1$, pentru care $\int_1^m f(x) \cdot g(x) dx = 20$.

<https://variante-mate.ro>