

Examenul de bacalaureat național 2020

Proba E. c)

Matematică  $M_{\text{șt-nat}}$

Test 8

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că  $(\log_2 63 - \log_2 7) \cdot \frac{1}{\log_2 3} = 2$ .
- 5p 2. Determinați mulțimea valorilor reale ale lui  $m$  pentru care ecuația  $x^2 + mx - m = 0$  nu are soluții reale.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $3^{x^2-20} = \frac{1}{81}$ .
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr  $n$  din mulțimea numerelor naturale de o cifră, acesta să verifice inegalitatea  $n! \leq n(n-1)$ .
- 5p 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(-4,0)$ ,  $B(0,4)$  și  $O(0,0)$ . Determinați coordonatele punctului  $C$ , știind că  $\overline{AB} = \overline{OC}$ .
- 5p 6. Determinați numărul real  $a$ ,  $a > 1$ , știind că  $a-1$ ,  $2a$  și  $2a+1$  sunt lungimile laturilor unui triunghi dreptunghic.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea  $A(a) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \ln a \\ 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ , unde  $a \in (0, +\infty)$ .
- 5p a) Arătați că  $\det(A(e)) = e$ .
- 5p b) Demonstrați că  $\det(A(a^2)) = \det(A(a) \cdot A(a))$ , pentru orice  $a \in (0, +\infty)$ .
- 5p c) Determinați numerele  $a, b \in (0, +\infty)$  pentru care  $A(a) + A(b) = 2A(a) \cdot A(b)$ .
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă  $x \circ y = 3xy - 3\sqrt{2}(x+y) + 6 + \sqrt{2}$ .
- 5p a) Arătați că  $\sqrt{2} \circ 1 = \sqrt{2}$ .
- 5p b) Demonstrați că  $x \circ y = 3(x - \sqrt{2})(y - \sqrt{2}) + \sqrt{2}$ , pentru orice numere reale  $x$  și  $y$ .
- 5p c) Calculați  $\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{1}} \circ \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} \circ \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}} \circ \dots \circ \frac{\sqrt{2020}}{\sqrt{2017}}$ .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \begin{cases} 2^x + 3^x - 4, & x \in (-\infty, 1) \\ \frac{x^2 - x + 1}{x^2}, & x \in [1, +\infty) \end{cases}$ .
- 5p a) Arătați că funcția  $f$  este continuă pe  $\mathbb{R}$ .
- 5p b) Demonstrați că funcția  $f$  este crescătoare pe  $(-\infty, 1)$ .
- 5p c) Demonstrați că  $f(x) \leq 1$ , pentru orice număr real  $x$ .
2. Se consideră funcția  $f: (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{2x+4}{x^2+4x+3}$ .
- 5p a) Arătați că  $\int_0^1 (x+1)(x+3)f(x)dx = 5$ .

5p b) Calculați  $\int_0^2 f(x)dx$ .

5p c) Demonstrați că orice primitivă  $F: (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$  a funcției  $f$  este concavă.

<https://variante-mate.ro>