

Examenul de bacalaureat național 2020
Proba E. c)

Matematică *M_șt-nat*

Test 9

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Comparați numerele $\log_2 16$ și $\sqrt[3]{125}$.
- 5p 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + (a+2)x + 2a + 1$, unde a este număr real. Determinați numerele reale a pentru care graficul funcției f este tangent axei Ox .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $5^{x^2-x-2} = 5^{3x-5}$.
- 5p 4. Demonstrați că numerele C_4^1 , A_4^2 și A_5^2 sunt termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-1,1)$, $B(1,a)$ și $C(4,2a+1)$, unde a este număr real. Determinați numărul real a , pentru care punctele A , B și C sunt coliniare.
- 5p 6. Determinați raza cercului circumscris triunghiului MNP , știind că $MN = 16$ și $m(\sphericalangle P) = 30^\circ$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(a) = \begin{pmatrix} 1 & a & -1 \\ 1 & -1 & -a \\ a & -1 & 1 \end{pmatrix}$ și sistemul de ecuații $\begin{cases} x + ay - z = a \\ x - y - az = -1, \\ ax - y + z = -1 \end{cases}$ unde a este număr real.
- 5p a) Arătați că $\det(A(1)) = -4$.
- 5p b) Determinați mulțimea valorilor reale ale lui a pentru care matricea $A(a)$ este inversabilă.
- 5p c) Arătați că sistemul de ecuații **nu** admite nicio soluție (x_0, y_0, z_0) pentru care $x_0 = y_0 = z_0$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x * y = \sqrt[3]{x^3 + y^3 + 8}$.
- 5p a) Arătați că $2020 * (-2020) = 2$.
- 5p b) Determinați elementul neutru al legii de compoziție „*”.
- 5p c) Știind că $(\mathbb{R}, *)$ este grup, demonstrați că funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 + 8$ este morfism de la grupul $(\mathbb{R}, *)$ la grupul $(\mathbb{R}, +)$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (-2 + \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x+4}$.
- 5p a) Arătați că $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x f(x)) = 2$.
- 5p b) Demonstrați că funcția f este descrescătoare pe intervalul $(-2, +\infty)$.
- 5p c) Determinați $x \in [-1, +\infty)$ pentru care $f(x) \in \mathbb{Z}$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x+1}{e^x}$.
- 5p a) Arătați că $\int_0^2 \frac{x+1}{f(x)} dx = e^2 - 1$.
- 5p b) Calculați $\int_0^1 e^{3x} f^2(x) dx$.

- 5p** c) Se consideră numerele reale pozitive a , b și c . Demonstrați că, dacă $1 - \int_0^a \frac{f(x)}{x+1} dx$, $1 - \int_0^b \frac{f(x)}{x+1} dx$ și $1 - \int_0^c \frac{f(x)}{x+1} dx$ sunt termeni consecutivi ai unei progresii geometrice, atunci a , b și c sunt termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.

<https://variante-mate.ro>