

**Examenul de bacalaureat național 2014**

**Proba E. c)**

**Matematică  $M_{\text{șt-nat}}$**

**Model**

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Determinați rația progresiei geometrice  $(b_n)_{n \geq 1}$  cu termeni reali, știind că  $b_2 = 1$  și  $b_5 = 8$ .
- 5p** 2. Calculați  $(f \circ f)(0)$  pentru funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 + 2x + 7$ .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $2 \log_5(x-3) = \log_5(x-1)$ .
- 5p** 4. Calculați probabilitatea ca, alegând la întâmplare un număr din mulțimea  $A = \{1, 2, 3, \dots, 50\}$ , acesta să fie număr divizibil cu 11.
- 5p** 5. Determinați numărul real  $a$  pentru care vectorii  $\vec{v} = 2\vec{i} + (a+1)\vec{j}$  și  $\vec{u} = \vec{i} + 2\vec{j}$  sunt coliniari.
- 5p** 6. Rezolvați în mulțimea  $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$  ecuația  $2 \sin x - 1 = 0$ .

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$  și  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$ .
- 5p** a) Arătați că  $A \cdot B = B \cdot A$ .
- 5p** b) Verificați dacă  $\det(A+B) > \det A + \det B$ .
- 5p** c) Determinați numărul matricelor  $X = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix}$  pentru care  $X^2 = A$ , unde  $a$  și  $b$  sunt numere reale.
2. Se consideră  $x_1, x_2, x_3$  rădăcinile complexe ale polinomului  $f = X^3 + X + a$ , unde  $a$  este număr real.
- 5p** a) Pentru  $a = -2$ , arătați că  $f(1) = 0$ .
- 5p** b) Determinați numărul real  $a$ , știind că  $(2-x_1)(2-x_2)(2-x_3) = 2$ .
- 5p** c) Pentru  $a \neq 0$ , determinați un polinom de grad trei, având coeficienții reali, care are rădăcinile  $\frac{1}{x_1}, \frac{1}{x_2}$  și  $\frac{1}{x_3}$ .

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția  $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \ln(x+1) - \ln x$ .
- 5p** a) Calculați  $f'(x)$ ,  $x \in (0, +\infty)$ .
- 5p** b) Arătați că funcția  $f$  este descrescătoare.
- 5p** c) Calculați  $\lim_{x \rightarrow +\infty} xf(x)$ .
2. Se consideră funcția  $f: (-2, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x}{x+2}$ .
- 5p** a) Calculați  $\int_0^1 (x+2)f(x)dx$ .
- 5p** b) Arătați că  $\int_{2013}^{2014} (f(x) + (x+2)f'(x))dx = 1$ .
- 5p** c) Determinați volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei  $Ox$  a graficului funcției  $g: [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = \frac{x}{f(x)}$ .