http://variante-mate.ro



**Examenul de bacalaureat naţional 2014**
**Proba E. c)**
**Matematică *M_pedagogic***

**Model**

***Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare***

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

**SUBIECTUL I** **(30 de puncte)**

| | |
|---|---|
| **5p** | **1.** Arătaţi că numărul $\sqrt{12}+2\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)-\sqrt{8}$ este natural. |
| **5p** | **2.** Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x-3$. Determinaţi coordonatele punctului de intersecţie dintre graficul funcţiei $f$ şi axa absciselor. |
| **5p** | **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $7^{x^2+1}=49$. |
| **5p** | **4.** După o scumpire cu $10\%$, urmată de o ieftinire cu $10\%$ din noul preţ, un produs costă 1980 de lei. Calculaţi preţul produsului înainte de scumpire. |
| **5p** | **5.** În reperul cartezian $xOy$ se consideră punctele $P(3,4)$, $Q(4,2)$ şi $R(7,2)$. Determinaţi coordonatele punctului $S$, ştiind că $PQRS$ este paralelogram. |
| **5p** | **6.** Calculaţi cosinusul unghiului $A$ al triunghiului $ABC$ în care $AB=5$, $AC=7$ şi $BC=8$. |

## Soluţii

**Subiectul1**

**1.** $\sqrt{12}=2\sqrt{3}$ , $\sqrt{8}=2\sqrt{2}$

$\sqrt{12}+2\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)-\sqrt{8}=2\sqrt{3}+2\sqrt{2}-2\sqrt{3}-2\sqrt{2}=0\in N$

**2.**Abscisa punctului de intersecţie dintre un grafic şi axa Ox se obţine rezolvand ecuaţia $f(x)=0$.

$2x-3=0$

$x=\frac{3}{2}$

Punctul de intesecţie dintre grafic şi axa Ox este $A\left(\frac{3}{2},0\right)$.

**3.** $7^{x^2+1}=7^2$

$x^2+1=2$

$x^2=1$

$x=\pm 1$

**4.**Se notează cu x preţul iniţial al produsului.

Scumpirea este de $\frac{10}{100}x$.

Preţul intermediar al produsului este $y=x+\frac{10}{100}x$ (*)

Se face o ieftinire de $\frac{10}{100}y$.

După ieftinire avem $y-\frac{10}{100}y=1980$

$y-\frac{y}{10}=1980\Rightarrow 10y-y=19800\Rightarrow y=2200$ lei.

http://variante-mate.ro

Inlocuim pe y aflat in relaţia (*)

$$x+\frac{10}{100}x=2200\Rightarrow x+\frac{x}{10}=2200\Rightarrow 10x+x=22000\Rightarrow x=2000.$$

Aşadar, preţul iniţial al produsului este 2000 lei.

**5.** $S(a,b)$

Diagonalele unui paralelogram au acelaşi mijloc deci segmentele PR şi QS au acelaşi mijloc.

Mijlocul segmentului PR este $M\left(\frac{3+7}{2},\frac{4+2}{2}\right)\Rightarrow M(5,3)$

Mijlocul segmentului QS este $M\left(\frac{4+a}{2},\frac{2+b}{2}\right)$

$$\frac{4+a}{2}=5\Rightarrow a=6$$

$$\frac{2+b}{2}=3\Rightarrow b=4$$

In concluzie, avem $S(6,4)$.

**6.**Din teorema cosinusului avem:

$$\cos A=\frac{AB^2+AC^2-BC^2}{2\cdot AB\cdot AC}=\frac{25+49-64}{2\cdot 5\cdot 7}=\frac{1}{7}.$$

**SUBIECTUL al II-lea** **(30 de puncte)**

| | |
|---|---|
| | Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie dată de $x*y=x+y-1$. |
| **5p** | **1.** Calculaţi $2*3$. |
| **5p** | **2.** Verificaţi dacă legea de compoziţie „$*$” este comutativă. |
| **5p** | **3.** Arătaţi că legea de compoziţie „$*$” este asociativă. |
| **5p** | **4.** Determinaţi numerele reale $x$ pentru care $\left(x^2\right)*x=11$. |
| **5p** | **5.** Arătaţi că $x*(x+2014)=(x+1012)*(x+1012)$, pentru orice număr real $x$. |
| **5p** | **6.** Determinaţi numărul real nenul $x$ pentru care $x*\frac{1}{x}=1$. |

**<u>Subiectul 2</u>**

**1.** $2*3=2+3-1=4$

**2.** $x*y=x+y-1=y+x-1=y*x,\forall x\in R$ deci legea de compoziţie este comutativă.

**3.** $(x*y)*z=(x+y-1)*z=(x+y-1)+z-1=x+y+z-2,\forall x,y,z\in R$

$x*(y*z)=x*(y+z-1)=x+(y+z-1)-1=x+y+z-2,\forall x,y,z\in R$

$\Rightarrow(x*y)*z=x*(y*z),\forall x,y,z\in R$ deci legea de compoziţie este asociativă.

**4.** $\left(x^2\right)*x=11$

$\left(x^2\right)+x-1=11$

$x^2+x-12=0$

Ultima ecuaţie are soluţiile $x_1=-4$ şi $x_2=3$.

**5.** $x*(x+2014)=x+x+2014-1=2x+2013,\forall x\in R$

$(x+1012)*(x+1012)=x+1012+x+1012-1=2x+2013,\forall x\in R$

$\Rightarrow x*(x+2014)=(x+1012)*(x+1012),\forall x\in R$

**6.** $x*\frac{1}{x}=1\Rightarrow x+\frac{1}{x}-1=1\Rightarrow x+\frac{1}{x}-2=0\Rightarrow x^2-2x+1=0$ care are o singură soluţie $x=1$.

**SUBIECTUL al III-lea** **(30 de puncte)**

Pentru fiecare număr real $m$ se consideră matricea $A(m)=\begin{pmatrix} m & m & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ m & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

**5p** **1.** Calculaţi $\det(A(0))$.

**5p** **2.** Calculaţi $A(0)\cdot A(1)$.

**5p** **3.** Determinaţi numărul real $m$ pentru care $\det(A(m))=m$.

**5p** **4.** Arătaţi că $A(2)+A(4)=2A(3)$.

**5p** **5.** Verificaţi dacă matricea $B=\begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ este inversa matricei $A(0)$.

**5p** **6.** Determinaţi numărul real $m$ pentru care sistemul $\begin{cases} mx+my+z=0 \\ x+z=m \\ mx+y=1 \end{cases}$ are soluţia $(0,1,0)$.

**Subiectul 3**

**1.** $A(0)=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

$$\det(A(0))=\begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix}=0+1+0-0-0-0=1$$

**2.** $A(1)=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

$$A(0)\cdot A(1)=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

**3.** $\det A(m)=\begin{vmatrix} m & m & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ m & 1 & 0 \end{vmatrix}=0+1+m^2-0-m-0=m^2-m+1$

Se obţine ecuaţia $m^2-m+1=m$

$m^2-2m+1=0$ care are o singură soluţie $m=1$.

**4.** $A(2)+A(4)=\begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} 4 & 4 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 4 & 1 & 0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 6 & 6 & 2 \\ 2 & 0 & 2 \\ 6 & 2 & 0 \end{pmatrix}=2\begin{pmatrix} 3 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}=2A(3)$

http://variante-mate.ro

**5.** $A(0)\cdot B=\begin{pmatrix}0&0&1\\1&0&1\\0&1&0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-1&1&0\\0&0&1\\1&0&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}=I_3$

$B\cdot A(0)=\begin{pmatrix}-1&1&0\\0&0&1\\1&0&0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0&0&1\\1&0&1\\0&1&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}=I_3$

deci B este inversa matricei $A(0)$.

**6.**Inlocuim in sistemul dat $\begin{cases}x=0\\y=1\\z=0\end{cases}$

$\Rightarrow\begin{cases}m=0\\0=m\\1=1\end{cases}$

$\Rightarrow m=0$

http://variante-mate.ro