Ministerul Educaţiei Naţionale
Centrul Naţional de Evaluare şi Examinare

Examenul de bacalaureat naţional 2015
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*

Model

Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p	**1.** Arătaţi că $\sqrt{81}-\sqrt{18}+\sqrt{50}-\sqrt{8}=9$.
5p	**2.** Determinaţi numărul real m pentru care $f(2)=0$, unde $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-m$.
5p	**3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x^2+1}=1$.
5p	**4.** O firmă foloseşte 2000 de lei pentru publicitate, ceea ce reprezintă 5% din profitul anual al firmei. Determinaţi profitul anual al firmei.
5p	**5.** Determinaţi ecuaţia dreptei care trece prin punctul $M(1,-1)$ şi este paralelă cu dreapta d de ecuaţie $y=x-1$.
5p	**6.** Arătaţi că $\sin 30^\circ+\sqrt{3}\cdot\cos 30^\circ=2$.

Soluţii

Subiectul1

1. $\sqrt{81}-\sqrt{18}+\sqrt{50}-\sqrt{8}=9-3\sqrt{2}+5\sqrt{2}-2\sqrt{2}=9$

2. $f(2)=2-m$

$2-m=0\Rightarrow m=2$

3. $\left(\sqrt{x^2+1}\right)^2=1^2$

$x^2+1=1$

$x^2=0$

$\Rightarrow x=0$

care verifică ecuaţia

4.Notăm cu x profitul anual al firmei.

$\frac{5}{100}x=2000$

$\frac{x}{20}=\frac{2000}{1}$

$\Rightarrow x=40000lei$

5. $m_d=1$ (coeficientul lui x din ecuaţia dată)

Două drepte sunt paralele dacă şi numai dacă au aceeaşi pantă $\Rightarrow m=m_d=1$

Ecuaţia unei drepte care trece printr-un punct dat şi are panta dată este dată de formula

$y-y_0=m(x-x_0)$

In cazul nostru avem:

$y-(-1)=1(x-1)$

$y+1=x-1$

$\Rightarrow y=x-2$

6. $\sin 30^0 = \frac{1}{2}$

$\cos 30^0 = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\sin 30^0 + \sqrt{3}\cdot\cos 30^0 = \frac{1}{2} + \sqrt{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} = 2$

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

	Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x * y = x + y - 2$.
5p	**1.** Calculaţi $(-2) * 2$.
5p	**2.** Arătaţi că legea de compoziţie „$*$” este asociativă.
5p	**3.** Verificaţi dacă $e = 2$ este element neutru al legii de compoziţie „$*$”.
5p	**4.** Determinaţi numărul real x, ştiind că $(x+1) * x = 3$.
5p	**5.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $9^x * 3^x = 0$.
5p	**6.** Arătaţi că $x^2 * \frac{1}{x^2} \geq 0$ pentru orice număr real nenul x.

<u>Subiectul 2</u>

1. $(-2)*2 = -2+2-2 = -2$

2. $(x*y)*z = (x+y-2)*z = x+y-2+z-2 = x+y+z-4, \forall x,y,z \in R$

$x*(y*z) = x*(y+z-2) = x+(y+z-2)-2 = x+y+z-4, \forall x,y,z \in R$

$(x*y)*z = x*(y*z), \forall x,y,z \in R$ deci legea de compoziţie dată este asociativă.

3. $x*2 = x+2-2 = x, \forall x \in R$

$2*x = 2+x-2 = x, \forall x \in R$

$x*2 = 2*x = x, \forall x \in R$ deci $e = 2$ este element neutru.

4. $(x+1)*x = x+1+x-2 = 2x-1$

Se obţine ecuaţia $2x-1=3 \Rightarrow x=2$

5. $9^x * 3^x = 9^x + 3^x - 2$

$9^x + 3^x - 2 = 0$

$(3^x)^2 + 3^x - 2 = 0$

Se face notaţia $3^x = y$

$y^2 + y - 2 = 0$ care are soluţiile $y_1 = 1$ şi $y_2 = -2$

Revenim la notaţia făcută:

$3^x = 1 \Rightarrow x = 0$

$3^x = -2$ nu are soluţii reale.

6. $x^2 * \frac{1}{x^2} = x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 \geq 0, \forall x \in R^*$

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

	Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix} a & 1 \\ -1 & a \end{pmatrix}$, unde a este număr real.
5p	**1.** Calculați $\det(A(0))$.
5p	**2.** Arătați că $4\cdot A(1)-3\cdot A(-1)=A(7)$.
5p	**3.** Determinați numerele reale a, știind că $\det(A(a))=10$.
5p	**4.** Arătați că $\det(A(a)-I_2)>0$ pentru orice număr real a, unde $I_2=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
5p	**5.** Determinați inversa matricei $A(2)$.
5p	**6.** Determinați numărul matricelor $A(a)$, unde a este număr întreg și $\det(A(a))\le 401$.

Subiectul 3

1. $\det(A(0))=\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{vmatrix}=0+1=1$

2. $4\cdot A(1)-3\cdot A(-1)=4\cdot\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}-3\cdot\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 4 & 4 \\ -4 & 4 \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} -3 & 3 \\ -3 & -3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 7 & 1 \\ -1 & 7 \end{pmatrix}=A(7)$

3. $\det(A(a))=\begin{vmatrix} a & 1 \\ -1 & a \end{vmatrix}=a^2+1$

$\Rightarrow a^2+1=10$

$a^2=9$

$a=\pm 3$

4. $A(a)-I_2=\begin{pmatrix} a & 1 \\ -1 & a \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} a-1 & 1 \\ -1 & a-1 \end{pmatrix}$

$\det(A(a)-I_2)=\begin{vmatrix} a-1 & 1 \\ -1 & a-1 \end{vmatrix}=(a-1)^2+1>0, \forall a\in R$

5. $A(2)=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$

$\det(A(2))=\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix}=4+1=5$

Matricea transpusă este $(A(2))^t=\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

Matricea adjunctă este $(A(2))^*=\begin{pmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} \\ \delta_{21} & \delta_{22} \end{pmatrix}$

$$\left.\begin{array}{l} \delta_{11}=(-1)^{1+1}\cdot d_{11}=1\cdot 2=2 \\ \delta_{12}=(-1)^{1+2}\cdot d_{12}=-1\cdot 1=-1 \\ \delta_{21}=(-1)^{2+1}\cdot d_{21}=-1\cdot(-1)=1 \\ \delta_{22}=(-1)^{2+2}\cdot d_{22}=1\cdot 2=2 \end{array}\right\}\Rightarrow (A(2))^*=\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Matricea inversă este dată de formula $A^{-1}=\dfrac{1}{\det A}\cdot A^*$

$$A^{-1}(2)=\frac{1}{5}\cdot\begin{pmatrix}2 & -1\\ 1 & 2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{2}{5} & \frac{-1}{5}\\ \frac{1}{5} & \frac{2}{5}\end{pmatrix}$$

6. $\det\left(A(a)\right)=a^2+1\le 401$

$a^2\le 400$

$\Rightarrow a\in\{-20,-19,...,-1,0,1,...,19,20\}$

In total sunt 41 de matrice $A(a)$ care verifică cerinţa.