Ministerul Educaţiei şi Cercetării Ştiinţifice
Centrul Naţional de Evaluare şi Examinare

Examenul de bacalaureat naţional 2016
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*

Model

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Arătaţi că $\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1-\frac{1}{4}\right)=\frac{1}{4}$.
5p	**2.** Determinaţi abscisele punctelor de intersecţie a graficului funcţiei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-3x+2$ cu axa Ox.
5p	**3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_5(2x-1)=2$.
5p	**4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea $A=\{10,20,30,40,50,60,70,80,90\}$, acesta să fie divizor al lui 1000.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $O(0,0)$, $A(0,3)$ şi $B(4,0)$. Calculaţi perimetrul triunghiului AOB.
5p	**6.** Arătaţi că $\sin x=\frac{3}{5}$, ştiind că $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ şi $\cos x=\frac{4}{5}$.

Soluţii

Subiectul1

1. $\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1-\frac{1}{4}\right)=\left(\frac{2}{2}-\frac{1}{2}\right)\left(\frac{3}{3}-\frac{1}{3}\right)\left(\frac{4}{4}-\frac{1}{4}\right)=\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{4}=\frac{1}{4}$

2. $f(x)=0$

$x^2-3x+2=0$

$\Delta=9-8=1$

Se obţin soluţiile $x_1=1$ şi $x_2=2$.

3.Condiţii de existenţă $2x-1>0$

$2x-1=5^2$

$2x=26$

$x=13$

4.Probabilitatea unui eveniment se calculează cu formula $P=\frac{numarcazurifavorabile}{numarcazuriposibile}$

Mulţimea A are 9 elemente deci sunt 9 cazuri posibile.
Numerele 10,20,40,50 sunt divizori ai lui 1000 deci sunt 4 cazuri favorabile.

$P=\frac{4}{9}$

5.Distanţa dintre două puncte se calculează cu formula $AB=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

$AB=\sqrt{(4-0)^2+(0-3)^2}=\sqrt{16+9}=5$

$OA=3$

$OB=4$

$P_{\Delta OAB}=OA+OB+AB=12$

6. $\sin^2 x+\cos^2 x=1$

$\sin^2 x+\left(\frac{4}{5}\right)^2=1$

$\sin^2 x+\frac{16}{25}=1$

$\sin^2 x=1-\frac{16}{25}$

$\sin^2 x=\frac{9}{25}$

Rezultă $\sin x=\frac{3}{5}$ deoarece $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}-1 & 1\\ 0 & 0\end{pmatrix}$ și $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

5p **a)** Arătați că $\det A=0$.

5p **b)** Verificați dacă $A\cdot(A+I_2)=O_2$, unde $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$.

5p **c)** Determinați numerele reale m pentru care $\det B=0$, unde $B=A\cdot A+mI_2$.

2. Se consideră polinomul $f=X^3+X^2+4X+4$.

5p **a)** Arătați că $f(-1)=0$.

5p **b)** Determinați câtul și restul împărțirii polinomului f la polinomul X^2+3X+2.

5p **c)** Demonstrați că $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}+\frac{1}{x_1x_2}+\frac{1}{x_2x_3}+\frac{1}{x_3x_1}=-\frac{3}{4}$, unde x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

Subiectul 2

1.a) $\det A=\begin{vmatrix}-1 & 1\\ 0 & 0\end{vmatrix}=0-0=0$

b) $A+I_2=\begin{pmatrix}-1 & 1\\ 0 & 0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 0 & 1\end{pmatrix}$

$A(A+I_2)=\begin{pmatrix}-1 & 1\\ 0 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0 & 1\\ 0 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}=O_2$

c) $A\cdot A=\begin{pmatrix}-1 & 1\\ 0 & 0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-1 & 1\\ 0 & 0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & -1\\ 0 & 0\end{pmatrix}$

$B=A\cdot A+mI_2=\begin{pmatrix}1 & -1\\ 0 & 0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}m & 0\\ 0 & m\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1+m & -1\\ 0 & m\end{pmatrix}$

$\det B=\begin{vmatrix}1+m & -1\\ 0 & m\end{vmatrix}=m(1+m)$

$m(1+m)=0$

Obținem $m=0$ sau $m=-1$.

2.a) $f(-1)=(-1)^3+(-1)^2+4(-1)+4=-1+1-4+4=0$

b)

$$\begin{array}{r|l} X^3+X^2+4X+4 & X^2+3X+2 \\ \hline -X^3-3X^2-2X & X-2 \\ \hline -2X^2+2X+4 & \\ 2X^2+6X+4 & \\ \hline 8X+8 & \end{array}$$

Catul este $X-2$ iar restul este $8X+8$.

c)Scriem relaţiile lui Viete:

$$\begin{cases} x_1+x_2+x_3=-\frac{b}{a}=-1 \\ x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3=\frac{c}{a}=4 \\ x_1x_2x_3=-\frac{d}{a}=-4 \end{cases}$$

$$\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}+\frac{1}{x_1x_2}+\frac{1}{x_2x_3}+\frac{1}{x_1x_3}=\frac{x_2x_3+x_1x_3+x_1x_2+x_1+x_2+x_3}{x_1x_2x_3}=\frac{4-1}{-4}=-\frac{3}{4}$$

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^3-12x$.

5p **a)** Arătaţi că $f'(x)=3(x-2)(x+2)$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă $x=2$, situat pe graficul funcţiei f.

5p **c)** Arătaţi că $-16\le f(x)\le 16$, pentru orice $x\in[-2,2]$.

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=5x^4+3x^2+1$.

5p **a)** Arătaţi că $\int_0^1 \left(f(x)-3x^2-1\right)dx=1$.

5p **b)** Calculaţi aria suprafeţei plane delimitate de graficul funcţiei f, axa Ox şi dreptele de ecuaţii $x=1$ şi $x=2$.

5p **c)** Demonstraţi că orice primitivă a funcţiei f este crescătoare pe $\mathbb{R}$.

<u>Subiectul 3</u>

1.a) $f'(x)=\left(x^3-12x\right)'=3x^2-12=3\left(x^2-4\right)=3(x-2)(x+2), x\in R$

b)Ecuaţia tangentei la graficul unei funcţii in punctul de pe grafic de abscisă x_0 este dată de formula

$$y-f(x_0)=f'(x_0)(x-x_0)$$

In cazul nostru avem $x_0=2$.

$y-f(2)=f'(2)(x-2)$

$f(2)=2^3-12\cdot 2=8-24=-16$

$f'(2)=3(2-2)(2+2)=0$

Ecuaţia tangentei este $y+16=0$

c) Tabelul de variaţie al funcţiei este:

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$f'(x)$		+ + + + +	0	- - - - -	0	+ + + + +	
$f(x)$		$\nearrow$	16	$\searrow$	-16	$\nearrow$	

Din tabelul de variaţie rezultă că $-16 \le f(x) \le 16$ pentru orice $x \in [-2,2]$.

2.a) $\int_0^1 \left(f(x) - 3x^2 - 1\right)dx = \int_0^1 \left(5x^4 + 3x^2 + 1 - 3x^2 - 1\right)dx = \int_0^1 5x^4 dx = 5\frac{x^5}{5}\Big|_0^1 = x^5\Big|_0^1 = 1^5 - 0^5 = 1$

b) $Aria = \int_1^2 \left|f(x)\right| dx = \int_1^2 \left(5x^4 + 3x^2 + 1\right)dx = \left(5\frac{x^5}{5} + 3\frac{x^3}{3} + x\right)\Bigg|_1^2 = \left(x^5 + x^3 + x\right)\Big|_1^2 =$

$= \left(2^5 + 2^3 + 2\right) - \left(1^5 + 1^3 + 1\right) = 42 - 3 = 39$

c) Fie F o primitivă oarecare a funcţiei f.

$F'(x) = f(x) = 5x^4 + 3x^2 + 1 > 0, \forall x \in R$ de unde rezultă că F este crescătoare pe **R**.

http://variante-mate.ro