Ministerul Educaţiei Naţionale
Centrul Naţional de Evaluare şi Examinare

Examenul de bacalaureat naţional 2014
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*

Varianta 7

Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Scrieţi în ordine crescătoare numerele $2014^0, \sqrt{9}$ şi 2.

5p **2.** Determinaţi coordonatele punctului de intersecţie dintre graficul funcţiei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x-4$ şi axa Ox.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $2^{2x+1}=2^{-1}$.

5p **4.** Determinaţi câte numere naturale de trei cifre distincte se pot forma cu cifrele 1, 3, 5, 7 şi 9.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,2)$, $B(5,2)$ şi $C(2,5)$. Arătaţi că triunghiul ABC este isoscel.

5p **6.** Calculaţi aria triunghiului ABC dreptunghic în A ştiind că $AB=5$ şi $BC=13$.

Soluţii

Subiectul1

1. $2014^0=1$

$\sqrt{9}=3$

Ordinea crescătoare este $2014^0, 2, \sqrt{9}$.

2. $f(x)=0 \Rightarrow 2x-4=0 \Rightarrow x=2$

Punctul de intersecţie dintre grafic şi axa Ox este $A(2,0)$.

3. $2x+1=-1 \Rightarrow 2x=-2 \Rightarrow x=-1$

4. $A_5^3=\frac{5!}{(5-3)!}=\frac{5!}{2!}=3\cdot4\cdot5=60$ numere.

5.Se foloseşte formula $AB=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

6.Se calculează cateta AC cu teorema lui Pitagora:

$AC^2=BC^2-AB^2$

$AC^2=169-25=144$

$AC=12$

$Aria(\Delta ABC)=\frac{c_1\cdot c_2}{2}=\frac{5\cdot12}{2}=30$

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=xy-x-y+5$.

5p **1.** Calculaţi $0*1$.

5p **2.** Arătaţi că legea de compoziţie „$*$” este comutativă.

5p **3.** Arătaţi că $x*y=(x-1)(y-1)+4$ pentru orice numere reale x şi y.

5p **4.** Verificaţi dacă $x*1=4$ pentru orice număr real x.

5p **5.** Determinaţi numerele reale x ştiind că $x*x=8$.

5p **6.** Determinaţi numărul perechilor de numere întregi (m,n) ştiind că $m*n=5$.

Subiectul 2

1. $0*1=0\cdot1-0-1+5=4$

2.

$\left.\begin{array}{l} x*y=xy-x-y+5 \\ y*x=yx-y-x+5 \end{array}\right\} \Rightarrow x*y=y*x, \forall x,y\in R$ deci legea de compoziţie dată este comutativă.

3. $x*y=xy-x-y+1+4=x(y-1)-(y-1)+4=(x-1)(y-1)+4, \forall x,y\in R$

4. $x*1=x\cdot1-x-1+5=4, \forall x\in R$

5. $x*x=x\cdot x-x-x+5=x^2-2x+5$

Se obţine ecuaţia $x^2-2x+5=8$

$x^2-2x-3=0$

$\Delta=(-2)^2-4\cdot1\cdot(-3)=4+12=16$

Se obţin soluţiile $x_1=3$ şi $x_2=-1$

6. $m*n=(m-1)(n-1)+4=5$

$(m-1)(n-1)=1$

Sunt posibile doar două cazuri:

Cazul 1:

$\begin{cases} m-1=1 \\ n-1=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m=2 \\ n=2 \end{cases}$

Cazul 2:

$\begin{cases} m-1=-1 \\ n-1=-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m=0 \\ n=0 \end{cases}$

Se obţin perechile $(0,0)$ şi $(2,2)$ deci sunt două perechi care verifică cerinţa.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ şi $I_2=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

5p **1.** Calculaţi $\det A$.

5p **2.** Arătaţi că $A\cdot A+I_2=B$.

5p **3.** Verificaţi dacă $A\cdot B=B\cdot A$.

5p **4.** Arătaţi că matricea $C=\begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} \\ 1 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$ este inversa matricei A.

5p **5.** Determinaţi numerele reale a ştiind că $\det(A+aI_2)=10$.

5p **6.** Rezolvaţi în $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ ecuaţia $A\cdot X=B$.

Subiectul 3

1. $\det A = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} = 1\cdot 0 - 2\cdot 1 = -2$

2. $A\cdot A + I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} = B$.

3. $A\cdot B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 4 \\ 8 & 2 \end{pmatrix}$

$B\cdot A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 4 \\ 8 & 2 \end{pmatrix}$

$A\cdot B = B\cdot A$

4. $A\cdot C = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} \\ 1 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = I_2$

$C\cdot A = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} \\ 1 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = I_2$

Rezultă că matricea C este inversa matricei A.

5. $A + aI_2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} + a\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+a & 1 \\ 2 & a \end{pmatrix}$

$\det(A + aI_2) = \begin{vmatrix} 1+a & 1 \\ 2 & a \end{vmatrix} = a(1+a) - 2 = a^2 + a - 2$

Se obţine ecuaţia $a^2 + a - 2 = 10$

$a^2 + a - 12 = 0$

$\Delta = 1^2 - 4\cdot 1\cdot(-12) = 1 + 48 = 49$

Se obţin soluţiile $a_1 = 3$ şi $a_2 = -4$.

6.Se inmulţeşte ecuaţia dată la stanga cu A^{-1}

$X = A^{-1}\cdot B = C\cdot B = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} \\ 1 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \frac{3}{2} \\ 3 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$