Ministerul Educaţiei Naţionale
Centrul Naţional de Evaluare şi Examinare

Examenul de bacalaureat naţional 2014
Proba E. c) – 2 iulie 2014
Matematică *M_pedagogic*

Varianta 1

Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Arătaţi că $\left(\left(\frac{1}{3}\right)^2+2\right):\frac{19}{9}=1$.
5p	**2.** Se consideră funcţiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2014-x$ şi $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=x-2014$. Determinaţi coordonatele punctului de intersecţie a graficelor celor două funcţii.
5p	**3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $9^{x^2+3x}=9^{x-1}$.
5p	**4.** Preţul unui aparat de fotografiat este de 360 de lei. Determinaţi preţul aparatului de fotografiat după o reducere cu 25%.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-2,3)$ şi $B(2,3)$. Determinaţi coordonatele mijlocului segmentului AB.
5p	**6.** Determinaţi lungimea laturii BC a triunghiului ABC dreptunghic în A ştiind că $AC=6$ şi $\sin B=\frac{3}{5}$.

Soluţii

Subiectul1

1. $\left(\left(\frac{1}{3}\right)^2+2\right):\frac{19}{9}=\left(\frac{1}{9}+2\right):\frac{19}{9}=\left(\frac{1}{9}+\frac{18}{9}\right):\frac{19}{9}=\frac{19}{9}:\frac{19}{9}=1$

2.Se rezolvă ecuaţia $f(x)=g(x)$.

$2014-x=x-2014$

$-2x=-4028$

$x=2014$

$f(2014)=0$

Punctul de intersecţie al celor două grafice este $A(2014,0)$

3. $x^2+3x=x-1$

$x^2+2x+1=0$

$(x+1)^2=0$

$x=-1$

4.Reducerea este $\frac{25}{100}\cdot 360=\frac{1}{4}\cdot 360=90\,lei$

Preţul final al aparatului este $360-90=270\,lei$

5. $M\left(\frac{-2+2}{2},\frac{3+3}{2}\right)\Rightarrow M(0,3)$

6. $\sin B = \frac{AC}{BC}$

$\frac{3}{5} = \frac{6}{BC} \Rightarrow BC = \frac{5 \cdot 6}{3} = 10$

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

	Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x * y = x + y + 11$.
5p	**1.** Calculaţi $8 * (-3)$.
5p	**2.** Arătaţi că legea de compoziţie „$*$” este asociativă.
5p	**3.** Verificaţi dacă $e = -11$ este element neutru al legii de compoziţie „$*$”.
5p	**4.** Determinaţi numerele întregi x ştiind că $\left(x^2\right) * x = 121$.
5p	**5.** Arătaţi că $x * (x + 23) = (x * x) * 12$ pentru orice număr real x.
5p	**6.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\lg x * \lg x = 13$.

Subiectul 2

1. $8 * (-3) = 8 + (-3) + 11 = 16$

2. $(x * y) * z = (x + y + 11) * z = x + y + 11 + z + 11 = x + y + z + 22$

$x * (y * z) = x * (y + z + 11) = x + y + z + 11 + 11 = x + y + z + 22$

$\Rightarrow (x * y) * z = x * (y * z), \forall x, y, z \in R$ deci legea de compoziţie dată este asociativă.

3. $x * (-11) = x + (-11) + 11 = x, \forall x \in R$

$(-11) * x = (-11) + x + 11 = x, \forall x \in R$

$\Rightarrow x * (-11) = (-11) * x = x, \forall x \in R$ deci $e = -11$ este element neutru.

4. $x^2 * x = x^2 + x + 11$

Se obţine ecuaţia $x^2 + x + 11 = 121$

$x^2 + x - 110 = 0$

$\Delta = 1 + 440 = 441$

$x_1 = \frac{-1 + 21}{2} = 10$

$x_2 = \frac{-1 - 21}{2} = -11$

5. $x * (x + 23) = x + x + 23 + 11 = 2x + 34, \forall x \in R$

$(x * x) * 12 = (2x + 11) * 12 = 2x + 11 + 12 + 11 = 2x + 34, \forall x \in R$

$\Rightarrow x * (x + 23) = (x * x) * 12, \forall x \in R$

6. $\lg x * \lg x = 13$

$\lg x + \lg x + 11 = 13$

$2 \lg x = 2$

$\lg x = 1$

$x = 10$

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

	Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix}1 & a\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, unde a este număr real.
5p	**1.** Calculaţi $\det(A(0))$.
5p	**2.** Determinaţi numărul real a ştiind că $2A(a)+A(a-3)=3A(0)$.
5p	**3.** Arătați că $A(1)+A(2)+...+A(9)=9A(5)$.
5p	**4.** Arătaţi că $\det(A(a)+A(b))=4\det(A(a)\cdot A(b))$ pentru orice numere reale a şi b.
5p	**5.** Verificaţi dacă matricea $A(-a)$ este inversa matricei $A(a)$ pentru orice număr real a.
5p	**6.** Determinaţi matricea $X=\begin{pmatrix}p & 2\\ q & 1\end{pmatrix}\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ ştiind că $X\cdot A(a)=A(a)\cdot X$ pentru orice număr real a.

Subiectul 3

1. $\det A(0)=\begin{vmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{vmatrix}=1\cdot1-0\cdot0=1$

2. $2\begin{pmatrix}1 & a\\ 0 & 1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1 & a-3\\ 0 & 1\end{pmatrix}=3\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix}2 & 2a\\ 0 & 2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1 & a-3\\ 0 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3 & 0\\ 0 & 3\end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix}3 & 3a-3\\ 0 & 3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3 & 0\\ 0 & 3\end{pmatrix}$

$3a-3=0$

$a=1$

3. $A(1)+A(2)+...+A(9)=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 0 & 1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1 & 2\\ 0 & 1\end{pmatrix}+...+\begin{pmatrix}1 & 9\\ 0 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}9 & 45\\ 0 & 9\end{pmatrix}$

$9A(5)=9\begin{pmatrix}1 & 5\\ 0 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}9 & 45\\ 0 & 9\end{pmatrix}$

$\Rightarrow A(1)+A(2)+...+A(9)=9A(5)$

4. $A(a)+A(b)=\begin{pmatrix}1 & a\\ 0 & 1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1 & b\\ 0 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2 & a+b\\ 0 & 2\end{pmatrix}$

$\det(A(a)+A(b))=\begin{vmatrix}2 & a+b\\ 0 & 2\end{vmatrix}=4$

$A(a)\cdot A(b)=\begin{pmatrix}1 & a\\ 0 & 1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1 & b\\ 0 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & a+b\\ 0 & 1\end{pmatrix}$

$\det(A(a)\cdot A(b))=\begin{vmatrix}1 & a+b\\ 0 & 1\end{vmatrix}=1$

$4\det(A(a)\cdot A(b))=4$

$\Rightarrow \det(A(a)+A(b))=4\det(A(a)\cdot A(b)),\forall a,b\in R$

5. $A(a)\cdot A(-a)=\begin{pmatrix}1 & a\\ 0 & 1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1 & -a\\ 0 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}=I_2$

$A(-a)\cdot A(a)=\begin{pmatrix}1 & -a\\ 0 & 1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1 & a\\ 0 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}=I_2$

Rezultă că matricea $A(-a)$ este inversa matricei $A(a)$ pentru orice număr real a .

6. $\begin{pmatrix}p & 2\\ q & 1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1 & a\\ 0 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & a\\ 0 & 1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}p & 2\\ q & 1\end{pmatrix},\forall a\in R$

$\begin{pmatrix}p & pa+2\\ q & qa+1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}p+aq & a+2\\ q & 1\end{pmatrix},\forall a\in R$

$\Rightarrow\begin{cases}p=1\\ q=0\end{cases}$

$\Rightarrow X=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 0 & 1\end{pmatrix}$