Ministerul Educaţiei Naţionale
Centrul Naţional de Evaluare şi Examinare

Examenul de bacalaureat naţional 2014
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*

Varianta 7

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Pentru $a=3$ arătaţi că $\frac{a}{2}-\frac{2}{a}=\frac{5}{6}$.
5p	**2.** Determinaţi abscisa punctului de intersecţie a graficelor funcţiilor $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x-3$ şi $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=x+1$.
5p	**3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x^2+5}=3$.
5p	**4.** Preţul unei imprimante este 120 de lei. Determinaţi preţul imprimantei după o scumpire cu 10%.
5p	**5.** În sistemul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,2)$, $B(2,5)$ şi $C(6,5)$. Determinaţi perimetrul triunghiului ABC.
5p	**6.** Calculaţi $\cos A$ ştiind că $\sin A=\frac{\sqrt{3}}{2}$ şi unghiul A este ascuţit.

Soluţii

Subiectul1

1. $\frac{3}{2}-\frac{2}{3}=\frac{9}{6}-\frac{4}{6}=\frac{5}{6}$

2.Se rezolvă ecuaţia $f(x)=g(x)$.

$2x-3=x+1$

$x=4$

3. $\left(\sqrt{x^2+5}\right)^2=3^2$

$x^2+5=9$

$x^2=4$

$x=\pm 2$

Ambele soluţii verifică ecuaţia.

4.Scumpirea este $\frac{10}{100}\cdot 120=12 lei$

Preţul final al imprimantei este $120+12=132 lei$.

5.Se foloseşte formula pentru calculul distanţei dintre două puncte $AB=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

$AB=\sqrt{(2-2)^2+(5-2)^2}=3$

$AC=\sqrt{(6-2)^2+(5-2)^2}=5$

$BC=\sqrt{(6-2)^2+(5-5)^2}=4$

$P_{\Delta ABC}=3+5+4=12$

6.

$\sin^2 A+\cos^2 A=1$

$\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2+\cos^2 A=1$

$\cos^2 A=1-\frac{3}{4}$

$\cos^2 A=\frac{1}{4}$

$\cos A=\frac{1}{2}$

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 1 & 0\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}b & b\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $C=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$, unde b este număr real.

5p **a)** Arătaţi că $\det A=-2$.

5p **b)** Determinaţi numărul real b pentru care $A+B=AB+C$.

5p **c)** Arătaţi că $\det(B+2C)=\det B-\det A$ pentru orice număr real b.

2. Se consideră polinomul $f=X^3-4X^2+X+2$.

5p **a)** Arătaţi că $f(1)=0$.

5p **b)** Determinaţi câtul şi restul împărţirii polinomului f prin $X-1$.

5p **c)** Arătaţi că $(x_1+x_2+x_3)\left(\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}\right)=-2$ ştiind că x_1, x_2 şi x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

<u>Subiectul 2</u>

1.a) $\det A=\begin{vmatrix}1 & 2\\ 1 & 0\end{vmatrix}=1\cdot 0-1\cdot 2=-2$

b)

$A+B=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 1 & 0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}b & b\\ 0 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1+b & 2+b\\ 1 & 1\end{pmatrix}$

$A\cdot B=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 1 & 0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}b & b\\ 0 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}b & b+2\\ b & b\end{pmatrix}$

$A\cdot B+C=\begin{pmatrix}b & b+2\\ b & b\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}b+1 & b+2\\ b & b\end{pmatrix}$

$\Rightarrow\begin{pmatrix}1+b & 2+b\\ 1 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}b+1 & b+2\\ b & b\end{pmatrix}$

$\Rightarrow b=1$

c)

$B+2C=\begin{pmatrix}b & b\\ 0 & 1\end{pmatrix}+2\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}b+2 & b\\ 0 & 1\end{pmatrix}$

$\det(B+2C)=\begin{vmatrix}b+2 & b\\ 0 & 1\end{vmatrix}=b+2$

$\det B-\det A=\begin{vmatrix}b & b\\ 0 & 1\end{vmatrix}-\begin{vmatrix}1 & 2\\ 1 & 0\end{vmatrix}=b-(-2)=b+2$

$\Rightarrow \det(B+2C)=\det B-\det A, \forall b\in R$

2.a) $f(1)=1^3-4\cdot 1^2+1+2=1-4+1+2=0$

b) Se foloseşte schema lui Horner

$$\begin{array}{c|cccc} & X^3 & X^2 & X^1 & X^0 \\ \hline & 1 & -4 & 1 & 2 \\ \hline 1 & \underbrace{1 \quad -3 \quad -2}_{\text{Coeficienţii câtului}} & & & \boxed{0} \end{array}$$

restul impărţirii

Din tabel se vede că restul impărţirii este 0 iar câtul este X^2-3X-2.

c) Scriem relaţiile lui Viete:

$$\begin{cases} x_1+x_2+x_3=-\dfrac{b}{a}=-\dfrac{-4}{1}=4 \\ x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3=\dfrac{c}{a}=\dfrac{1}{1}=1 \\ x_1x_2x_3=-\dfrac{d}{a}=-\dfrac{2}{1}=-2 \end{cases}$$

$$(x_1+x_2+x_3)\left(\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}\right)=(x_1+x_2+x_3)\frac{x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3}{x_1x_2x_3}=4\cdot\frac{1}{-2}=-2$$

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

	1. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-\ln x$.
5p	**a)** Arătaţi că $\lim\limits_{x\to 1} f(x)=1$.
5p	**b)** Arătaţi că $f'(x)=2x-\dfrac{1}{x}$, $x\in(0,+\infty)$.
5p	**c)** Arătaţi că funcţia f este convexă pe intervalul $(0,+\infty)$.
	2. Se consideră funcţia $f:(-1,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x^2}{x+1}$.
5p	**a)** Arătaţi că $\int_0^1 x^2dx=\dfrac{1}{3}$.
5p	**b)** Determinaţi aria suprafeţei plane delimitate de graficul funcţiei f, axa Ox şi dreptele de ecuaţii $x=0$ şi $x=1$.
5p	**c)** Arătaţi că orice primitivă a funcţiei f este funcţie crescătoare pe intervalul $(-1,+\infty)$.

Subiectul 3

1.a) $\lim\limits_{x\to 1} f(x)=\lim\limits_{x\to 1}(x^2-\ln x)=1^2-\ln 1=1$

b) $f'(x)=(x^2-\ln x)'=(x^2)'-(\ln x)'=2x-\dfrac{1}{x}, x\in(0,+\infty)$

c) $f''(x)=\left(2x-\dfrac{1}{x}\right)'=2+\dfrac{1}{x^2}>0, x\in(0,+\infty)$ de unde rezultă că funcţia dată este convexă pe intervalul $(0,+\infty)$.

2.a) $\int_0^1 x^2dx=\left.\dfrac{x^3}{3}\right|_0^1=\dfrac{1^3}{3}-\dfrac{0^3}{3}=\dfrac{1}{3}$

b) $Aria=\int_0^1 f(x)dx=\int_0^1\frac{x^2}{x+1}dx=\int_0^1\frac{x^2-1+1}{x+1}dx=\int_0^1\left(x-1+\frac{1}{x+1}\right)dx=\left(\frac{x^2}{2}-x+\ln(x+1)\right)\Big|_0^1=\ln 2-\frac{1}{2}$

c)Fie $F:(-1,+\infty)\to R$ o primitivă <u>oarecare</u> a funcţiei f .

$\Rightarrow F'(x)=f(x)=\frac{x^2}{x+1}\geq 0,\forall x\in(-1,+\infty)$ de unde rezultă că funcţia F este crescătoare pe $(-1,+\infty)$.