Ministerul Educaţiei Naţionale
Centrul Naţional de Evaluare şi Examinare

Examenul de bacalaureat naţional 2014
Proba E. c) – 2 iulie 2014
Matematică *M_tehnologic*

Varianta 1

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Arătaţi că $5\left(2+\sqrt{3}\right)-5\sqrt{3}=10$.
5p	**2.** Determinaţi numărul real a ştiind că $f(1)=a$, unde $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+3$.
5p	**3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_2(2x+1)=\log_2 5$.
5p	**4.** Calculaţi probabilitatea ca alegând un număr din mulţimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie divizibil cu 10.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,5)$ şi $B(3,5)$. Calculaţi distanţa de la punctul A la punctul B.
5p	**6.** Arătaţi că $\sin^2 30^\circ+\cos^2 45^\circ=\frac{3}{4}$.

Soluţii

Subiectul1

1. $5\left(2+\sqrt{3}\right)-5\sqrt{3}=10+5\sqrt{3}-5\sqrt{3}=10$

2. $\left.\begin{array}{l} f(1)=a \\ f(1)=1+3=4 \end{array}\right\}\Rightarrow a=4$

3.Condiţii de existenţă $2x+1>0$.
Rezolvare
$2x+1=5$
$2x=4$
Se obţine soluţia $x=2$ care verifică ecuaţia.

4. $P=\frac{nrcazurifavorabile}{nrcazuriposibile}$
Numerele naturale de două cifre sunt 10,11,...,99.
In total sunt 99-9=90 numere naturale de două cifre deci sunt 90 de cazuri posibile.
Numerele de două cifre divizibile cu 10 sunt 10,20,30,40,50,60,70,80,90 deci sunt 9 cazuri favorabile.
$P=\frac{9}{90}=\frac{1}{10}$.

5.Se foloseşte formula $AB=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$
$AB=\sqrt{(3-2)^2+(5-5)^2}=\sqrt{1}=1$

6. $\sin^2 30^0+\cos^2 45^0=\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2=\frac{1}{4}+\frac{2}{4}=\frac{3}{4}$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}4 & 8\\ 1 & 2\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & 2\\ -1 & -2\end{pmatrix}$ și $C=\begin{pmatrix}3 & x\\ 2 & 4\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det A=0$.

5p **b)** Determinaţi numărul real x ştiind că $B+C=A$.

5p **c)** Arătaţi că $B\cdot B+B=O_2$, unde $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$.

2. Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=xy+4x+4y+12$.

5p **a)** Arătați că $0\circ(-4)=-4$.

5p **b)** Arătaţi că $x\circ y=(x+4)(y+4)-4$ pentru orice numere reale x şi y.

5p **c)** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $x\circ x=12$.

Subiectul 2

1.a) $\det A=\begin{vmatrix}4 & 8\\ 1 & 2\end{vmatrix}=4\cdot 2-1\cdot 8=8-8=0$

b) $\begin{pmatrix}1 & 2\\ -1 & -2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}3 & x\\ 2 & 4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4 & 8\\ 1 & 2\end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix}4 & 2+x\\ 1 & 2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4 & 8\\ 1 & 2\end{pmatrix}$

$2+x=8$

$x=6$

c) $B\cdot B=\begin{pmatrix}1 & 2\\ -1 & -2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1 & 2\\ -1 & -2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1 & -2\\ 1 & 2\end{pmatrix}$

$B\cdot B+B=\begin{pmatrix}-1 & -2\\ 1 & 2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1 & 2\\ -1 & -2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}=O_2$

2.a) $0\circ(-4)=0\cdot(-4)+4\cdot 0+4\cdot(-4)+12=-16+12=-4$

b) $x\circ y=xy+4x+4y+12=xy+4x+4y+16-4=x(y+4)+4(y+4)-4=(x+4)(y+4)-4,\forall x,y\in R$

c) $x\circ x=x\cdot x+4x+4x+12=x^2+8x+12$

$x^2+8x+12=12$

$x^2+8x=0$

$x(x+8)=0$

$x_1=0$

$x+8=0$

$x_2=-8$

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\ln x-\frac{1}{x}$.

5p **a)** Arătaţi că $f'(x)=\frac{x+1}{x^2}$, $x\in(0,+\infty)$.

5p **b)** Arătaţi că $\lim\limits_{x\to 2}\frac{f(x)-f(2)}{x-2}=\frac{3}{4}$.

5p **c)** Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă $x_0=1$, situat pe graficul funcţiei f.

2. Se consideră funcţiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=e^x-x$ şi $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $F(x)=e^x-\frac{x^2}{2}-1$.

5p **a)** Arătaţi că $\int_0^1 e^x\,dx=e-1$.

5p **b)** Arătaţi că funcţia F este o primitivă a funcţiei f.

5p **c)** Calculaţi $\int_0^1 F(x)\,dx$.

Subiectul 3

1.a) $f'(x)=\left(\ln x-\frac{1}{x}\right)'=\frac{1}{x}-\left(-\frac{1}{x^2}\right)=\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}=\frac{x+1}{x^2}, x\in(0,+\infty)$

b) $\lim\limits_{x\to 2}\frac{f(x)-f(2)}{x-2}=f'(2)=\frac{2+1}{2^2}=\frac{3}{4}$

c)Ecuaţia tangentei la graficul unei funcţii in punctul de pe grafic de abscisă x_0 este dată de formula

$$y-f(x_0)=f'(x_0)(x-x_0)$$

In cazul nostru avem $y-f(1)=f'(1)(x-1)$

$f(1)=\ln 1-\frac{1}{1}=-1$

$f'(1)=\frac{1+1}{1^2}=2$

$\Rightarrow y-(-1)=2(x-1)$

$y+1=2x-2$

Se obţine ecuaţia tangentei $y=2x-3$

2.a) $\int_0^1 e^x dx=e^x\Big|_0^1=e^1-e^0=e-1$

b) $F'(x)=\left(e^x-\frac{x^2}{2}-1\right)'=\left(e^x\right)'-\left(\frac{x^2}{2}\right)'-1'=e^x-x=f(x),\forall x\in R$ deci funcţia F este o primitivă a funcţiei f.

c) $\int_0^1 F(x)dx=\int_0^1\left(e^x-\frac{x^2}{2}-1\right)dx=\underbrace{\int_0^1 e^x dx}_{I_1}-\underbrace{\int_0^1\frac{x^2}{2}dx}_{I_2}-\underbrace{\int_0^1 1dx}_{I_3}$

$I_1=\int_0^1 e^x dx=e-1$ a fost calculată la punctual a).

$I_2=\int_0^1\frac{x^2}{2}dx=\frac{1}{2}\int_0^1 x^2dx=\frac{1}{2}\frac{x^3}{3}\Big|_0^1=\frac{1}{6}$

$$I_3 = \int_0^1 1dx = x\Big|_0^1 = 1 - 0 = 1$$

$$\int_0^1 F(x)dx = e - 1 - \frac{1}{6} - 1 = e - \frac{13}{6}$$