

**Examenul de bacalaureat național 2016**  
**Proba E. c)**

**Matematică  $M\_mate-info$**

**Clasa a XII-a**

**Simulare**

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică*  
*Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Determinați numerele reale  $a$  și  $b$ , știind că  $(a+b)(i+1) = (a-b+1)(i-1)$ , unde  $i^2 = -1$ .
- 5p** 2. Determinați numerele reale  $m$ , pentru care funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 - mx + 1$  are valoarea minimă egală cu  $-3$ .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\log_3 x = \log_x 3$ .
- 5p** 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă ambele cifre pătrate perfecte.
- 5p** 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(-1, a)$ ,  $B(0, -3)$  și  $C(1, 1)$ , unde  $a$  este număr real. Determinați numărul real  $a$ , știind că  $AB + BC = AC$ .
- 5p** 6. Determinați  $a \in (0, \pi)$ , știind că  $\left(\sin \frac{\pi}{7} - \cos a\right)^2 + \left(\cos \frac{\pi}{7} - \sin a\right)^2 = 2$ .

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră matricea  $A(m) = \begin{pmatrix} 2 & 1 & m \\ m & m & 1 \\ 1 & m & 1 \end{pmatrix}$ , unde  $m$  este număr real.
- 5p** a) Calculați  $\det(A(1))$ .
- 5p** b) Determinați valorile reale ale lui  $m$ , pentru care matricea  $A(m)$  este inversabilă.
- 5p** c) Rezolvați ecuația matriceală  $X \cdot A(0) = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ , unde  $X \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$ .
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă  $x * y = xy - 4x - 4y + 20$ .
- 5p** a) Arătați că  $x * y = (x - 4)(y - 4) + 4$ , pentru orice numere reale  $x$  și  $y$ .
- 5p** b) Calculați  $1 * 2 * 3 * \dots * 2016$ .
- 5p** c) Determinați numerele naturale  $a$ ,  $b$  și  $c$ , știind că  $a < b < c$  și  $a * b * c = 66$ .

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \setminus \{-1, 0\} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{1}{x(x+1)}$ .
- 5p** a) Determinați ecuația asimptotei orizontale spre  $+\infty$  la graficul funcției  $f$ .
- 5p** b) Determinați coordonatele punctului situat pe graficul funcției  $f$ , în care tangenta la graficul funcției  $f$  este paralelă cu axa absciselor.
- 5p** c) Calculați  $\lim_{n \rightarrow +\infty} (f(1) + f(2) + \dots + f(n))^n$ .

2. Se consideră funcția  $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{\ln x}{x}$ .

5p a) Calculați  $\int_2^4 \frac{1}{\ln x} f(x) dx$ .

5p b) Arătați că  $\int_1^e \frac{f(x)}{x} dx = 1 - \frac{2}{e}$ .

5p c) Demonstrați că  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \int_1^e \frac{f(x)}{x^n} dx = 0$ .