

**Examenul de bacalaureat național 2016**

**Proba E. c)**

**Matematică  $M_{\text{șt-nat}}$**

**Clasa a XII-a**

**Simulare**

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Determinați rația progresiei aritmetice  $(a_n)_{n \geq 1}$ , știind că  $2a_{10} = a_5 + a_6 + 36$ .
- 5p** 2. Determinați abscisele punctelor de intersecție a graficului funcției  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 + 3x - 1$  cu dreapta de ecuație  $y = x - 1$ .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\log_2 \frac{x-1}{x+1} + \log_2 (x^2 - 1) = 4$ .
- 5p** 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă produsul cifrelor divizibil cu 10.
- 5p** 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(1,1)$ ,  $B(1,4)$  și  $C(5,1)$ . Determinați coordonatele centrului cercului circumscris triunghiului  $ABC$ .
- 5p** 6. Arătați că  $\frac{1 + \cos 2x}{1 - \cos 2x} = \operatorname{ctg}^2 x$ , pentru orice  $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ .

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră matricea  $M(x) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ x & 2x-1 & 1 \end{pmatrix}$ , unde  $x$  este număr real.
- 5p** a) Calculați  $\det(M(0))$ .
- 5p** b) Demonstrați că  $2M(x) - M(-x) = M(3x)$ , pentru orice număr real  $x$ .
- 5p** c) În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $O(0,0)$ ,  $A(n, 2n-1)$  și  $B(n^2, 2n^2-1)$ , unde  $n$  este număr natural,  $n \geq 2$ . Demonstrați că aria triunghiului  $OAB$  este număr natural.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă  $x \circ y = 6xy - 2x - 2y + 1$ .
- 5p** a) Calculați  $1 \circ \frac{1}{3}$ .
- 5p** b) Determinați elementul neutru al legii de compoziție „ $\circ$ ”.
- 5p** c) Calculați  $\frac{1}{1008} \circ \frac{2}{1008} \circ \frac{3}{1008} \circ \dots \circ \frac{2016}{1008}$ .

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x}{x^4 + 3}$ .
- 5p** a) Arătați că  $f'(x) = -\frac{3(x-1)(x+1)(x^2+1)}{(x^4+3)^2}$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .
- 5p** b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției  $f$  în punctul de abscisă  $x=0$ , situat pe graficul funcției  $f$ .
- 5p** c) Demonstrați că  $-\frac{1}{4} \leq f(x) \leq \frac{1}{4}$ , pentru orice număr real  $x$ .

2. Se consideră funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = xe^x - 2$ .

5p a) Determinați primitiva  $F$  a funcției  $f$ , pentru care  $F(1) = 0$ .

5p b) Calculați  $\int_0^1 x f(x) dx$ .

5p c) Determinați numerele reale  $x$ , știind că  $\int_1^x f(t) dt = 0$ .