

**Examenul național de bacalaureat 2021**  
**Proba E. c)**

**Matematică  $M_{\text{șt-nat}}$**

**Testul 3**

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Arătați că  $\sqrt{10} - \sqrt{6}$ , 2 și  $\sqrt{10} + \sqrt{6}$  sunt termeni consecutivi ai unei progresii geometrice.
- 5p** 2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x^{2021}}{x^2 + 1}$ . Arătați că funcția  $f$  este impară.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $4^x - 3 \cdot 2^{x+1} = 16$ .
- 5p** 4. Determinați numărul de submulțimi cu 2 elemente ale mulțimii  $\{0, 2, 4, 6, 8\}$ .
- 5p** 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(-1, -2)$ ,  $B(0, 3)$  și  $C(-2, 2)$ . Determinați ecuația dreptei  $d$  care trece prin punctul  $C$  și este paralelă cu dreapta  $AB$ .
- 5p** 6. Triunghiul  $ABC$  are măsura unghiului  $A$  de  $30^\circ$  și măsura unghiului  $B$  de  $45^\circ$ . Arătați că  $AC = BC\sqrt{2}$ .

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră matricea  $A(m) = \begin{pmatrix} 4 & 1 & m \\ 1 & 2 & -1 \\ -2 & -3 & 0 \end{pmatrix}$  și sistemul de ecuații  $\begin{cases} 4x + y + mz = 9 \\ x + 2y - z = 4 \\ -2x - 3y = -7 \end{cases}$ , unde  $m$  este număr real.
- 5p** a) Arătați că  $\det(A(m)) = m - 10$ , pentru orice număr real  $m$ .
- 5p** b) Determinați inversa matricei  $A(9)$ .
- 5p** c) Demonstrați că, pentru orice număr real  $m$ ,  $m \neq 10$ , dacă  $(a, b, c)$  este soluția sistemului de ecuații, atunci  $\log_2 a = b + c$ .
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă  $x * y = 7(x - 3)(y - 3) + 3$ .
- 5p** a) Arătați că  $x * 3 = 3$ , pentru orice număr real  $x$ .
- 5p** b) Determinați numărul real  $x$ , astfel încât  $x * x * x = -46$ .
- 5p** c) Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{5^x}{7} + 3$ . Demonstrați că  $f(x) * f(y) = f(x + y)$ , pentru orice numere reale  $x$  și  $y$ .

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 2x + 2}}$ .
- 5p** a) Arătați că  $f'(x) = \frac{x + 2}{(x^2 + 2x + 2)\sqrt{x^2 + 2x + 2}}$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .
- 5p** b) Determinați ecuația asimptotei orizontale spre  $+\infty$  la graficul funcției  $f$ .
- 5p** c) Determinați imaginea funcției  $f$ .
2. Se consideră funcția  $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{2x^3 - x - 2}{x^2(x + 2)}$ .
- 5p** a) Arătați că funcția  $F: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $F(x) = 2x + \frac{1}{x} - 4 \ln(x + 2)$  este o primitivă a funcției  $f$ .

**5p** b) Calculați  $\int_1^2 (x+2)f(x) dx$ .

**5p** c) Determinați numărul real  $m$ ,  $m > 2$ , astfel încât  $\int_2^m f(x) dx = 2m + \frac{1}{m} - \frac{17}{2}$ .

<https://variante-mate.ro>