

**Examenul național de bacalaureat 2021**  
**Proba E. c)**

**Matematică M\_tehnologic**

**Testul 3**

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- 5p 1. Arătați că  $\sqrt{12}(\sqrt{3} - 3\sqrt{2}) + \sqrt{8}(3\sqrt{3} - \sqrt{2}) = 2$ .
- 5p 2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 - 2x + a$ , unde  $a$  este număr real. Determinați numerele reale  $a$  pentru care  $f(a) = 2$ .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\sqrt{9-x} = x - 3$ .
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale pare de două cifre, acesta să fie multiplu de 5.
- 5p 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(-6,1)$  și  $B(-2,3)$ . Determinați distanța de la punctul  $O$  la punctul  $M$ , unde  $M$  este mijlocul segmentului  $AB$ .
- 5p 6. Se consideră triunghiul dreptunghic  $ABC$  cu  $AB = 12$  și ipotenuza  $BC = 20$ . Calculați aria triunghiului  $ABC$ .

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră matricile  $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}$  și  $B(x) = \begin{pmatrix} x & 3 \\ x & 4 \end{pmatrix}$ , unde  $x$  este număr real.
- 5p a) Arătați că  $\det A = -1$ .
- 5p b) Determinați numărul real  $x$  pentru care  $A \cdot B(x) = B(x) \cdot A$ .
- 5p c) Determinați numerele reale  $a$  pentru care  $\det(aA + B(a)) = 0$ .
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție  $x * y = x^2 + xy + y^2$ .
- 5p a) Arătați că  $2 * (-1) = 3$ .
- 5p b) Arătați că legea de compoziție „ $*$ ” este comutativă.
- 5p c) Determinați numărul natural  $n$  pentru care  $n * n = 48$ .

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția  $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 3x^2 - x - 5 \ln x + 1$ .
- 5p a) Arătați că  $f'(x) = \frac{(x-1)(6x+5)}{x}$ ,  $x \in (0, +\infty)$ .
- 5p b) Arătați că  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x) + 5 \ln x}{x f'(x)} = \frac{1}{2}$ .
- 5p c) Demonstrați că  $3x^2 - x - 2 \geq \ln(x^5)$ , pentru orice  $x \in (0, +\infty)$ .
2. Se consideră funcția  $f: (-2, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x + 2}$ .
- 5p a) Arătați că  $\int_{-1}^2 (x+2)f(x) dx = 6$ .
- 5p b) Calculați  $\int_0^4 \left( f(x) - \frac{x^2}{x+2} \right) dx$ .
- 5p c) Determinați numărul natural  $n$ , știind că  $\int_0^6 (x^2 - 9)f(x+1) dx = n^2$ .