

Examenul național de bacalaureat 2021

Proba E. c)

Matematică M_șt-nat

Testul 7

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Determinați termenul a_{2021} al progresiei aritmetice $(a_n)_{n \geq 1}$, știind că $a_1 = 2$ și $a_3 = 8$.
- 5p** 2. Determinați coordonatele punctului de intersecție a graficului funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 3$ cu dreapta d de ecuație $y = -x + 3$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{3^{x+2}} = 27$.
- 5p** 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, acesta să fie divizor al numărului 48.
- 5p** 5. Se consideră vectorii $\vec{u} = 2\vec{i} + m\vec{j}$ și $\vec{v} = (m-4)\vec{i} + 2\vec{j}$, unde m este număr real. Determinați numărul real m pentru care $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$.
- 5p** 6. Se consideră triunghiul ABC cu $AB = 6$, $AC = 3$ și unghiul A de 120° . Calculați perimetrul triunghiului ABC .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(a) = \begin{pmatrix} 2a & 1 & 1 \\ 1 & 2a & 1 \\ 1 & a & -1 \end{pmatrix}$ și sistemul de ecuații $\begin{cases} 2ax + y + z = 0 \\ x + 2ay + z = 1 \\ x + ay - z = -1 \end{cases}$, unde a este număr real.
- 5p** a) Arătați că $\det(A(-1)) = -3$.
- 5p** b) Determinați valorile reale ale lui a pentru care sistemul de ecuații admite soluție unică.
- 5p** c) Determinați numărul întreg a , știind că există numerele reale y_0 și z_0 astfel încât $(1, y_0, z_0)$ este soluție a sistemului de ecuații.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x \circ y = x + 5xy + y$.
- 5p** a) Verificați dacă $e = 0$ este elementul neutru al legii de compoziție „ \circ ”.
- 5p** b) Demonstrați că $x \circ y = 5\left(x + \frac{1}{5}\right)\left(y + \frac{1}{5}\right) - \frac{1}{5}$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p** c) Calculați partea întreagă a numărului $q = \left(-\frac{1}{2}\right) \circ \left(-\frac{1}{3}\right) \circ \dots \circ \left(-\frac{1}{2021}\right)$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x+1)\ln x$.
- 5p** a) Arătați că $f'(x) = 1 + \frac{1}{x} + \ln x$, $x \in (0, +\infty)$.
- 5p** b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul $A(1, 0)$.
- 5p** c) Demonstrați că funcția f este convexă pe $[1, +\infty)$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^n + 1}{x^2 + 1}$, unde n este număr natural nenul.
- 5p** a) Pentru $n = 3$, se consideră funcția $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = (x^2 + 1)f(x)$. Determinați primitiva G a funcției g pentru care $G(0) = 2021$.

5p b) Pentru $n=1$, calculați $\int_0^1 f(x) dx$.

5p c) Demonstrați că $\frac{\pi}{4} \leq \int_0^1 f(x) dx \leq 1$, pentru orice număr natural n , $n \geq 2$.

<https://variante-mate.ro>