

Examenul național de bacalaureat 2021

Proba E. c)

Matematică $M_{\text{tehnologic}}$

Testul 8

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $\frac{2}{3} \cdot 0,3 + 3,2 : 4 = 1$.
- 5p 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 6 - 4x$. Determinați numărul real a , știind că punctul $A(a, 2a)$ aparține graficului funcției f .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x^2 - 2x + 16} = 4$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr n din mulțimea $A = \{1, 2, 3, \dots, 9\}$, acesta să verifice inegalitatea $(n - 2)(n - 6) \geq 0$.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-5, 0)$, $B(-1, 8)$. Arătați că triunghiul OAM este isoscel, știind că M este mijlocul segmentului AB .
- 5p 6. Se consideră pătratul $ABCD$ astfel încât aria triunghiului ABC este egală cu 2. Calculați perimetrul pătratului $ABCD$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ -6 & 4 \end{pmatrix}$ și $B(x) = \begin{pmatrix} x & 2 \\ -7 & x-4 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p a) Arătați că $\det A = 0$.
- 5p b) Determinați numărul real x pentru care $\det(B(x)) + \det(B(7) - A) = 0$.
- 5p c) Determinați matricea $C \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ cu proprietatea că $x A - A \cdot B(x) = 14C$, pentru orice număr real x .
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x * y = 6xy - 6x - 6y + 7$.
- 5p a) Arătați că $1 * 3 = 1$.
- 5p b) Demonstrați că $e = \frac{7}{6}$ este elementul neutru al legii de compoziție „*”.
- 5p c) Determinați suma numerelor întregi m care verifică inegalitatea $\frac{m}{2} * \left(-\frac{m}{3}\right) \geq 1$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 + \frac{3}{x} + 4$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = \frac{3(x^2 - 1)(x^2 + 1)}{x^2}$, $x \in (0, +\infty)$.
- 5p b) Determinați intervalele de monotonie a funcției f .
- 5p c) Arătați că funcția f este convexă.
2. Se consideră funcția $f: (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{2x}{x+1}$.
- 5p a) Arătați că $\int_0^2 (x+1)f(x)dx = 4$.
- 5p b) Calculați $\int_1^3 \frac{f(x)}{x} dx$.
- 5p c) Arătați că $\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} f(x) \cdot f(-x) dx = 4(1 - \ln 3)$.