Examenul de bacalaureat național 2019
Proba E. c)
Matematică *M_șt-nat*

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Varianta 7

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	$a_2=4$, $a_3=6$	**2p**
	$a_1+a_2+a_3=2+4+6=12$	**3p**
2.	$f(x)=0 \Leftrightarrow x^2-10x+9=0$	**3p**
	Abscisele sunt $x=1$ și $x=9$	**2p**
3.	$5^x(5-3)=2 \Leftrightarrow 5^x\cdot 2=2 \Leftrightarrow 5^x=1$	**3p**
	$x=0$	**2p**
4.	Mulțimea A are 10 elemente, deci sunt 10 cazuri posibile	**1p**
	În mulțimea A este un singur număr care verifică ecuația, deci este un caz favorabil	**2p**
	$p=\dfrac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}}=\dfrac{1}{10}$	**2p**
5.	$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=2\overrightarrow{AM}$, unde M este mijlocul laturii BC	**3p**
	$AM=\sqrt{3}$, deci lungimea vectorului $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$ este egală cu $2\sqrt{3}$	**2p**
6.	$\sin\left(\dfrac{\pi}{2}-x\right)=\cos x$, $\sin(x+\pi)=-\sin x$	**2p**
	$\sin^2\left(\dfrac{\pi}{2}-x\right)+\sin^2(x+\pi)=\cos^2 x+\sin^2 x=1$, pentru orice număr real x	**3p**

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1.a)	$A(1)=\begin{pmatrix}5 & -6\\ 2 & -2\end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(1))=\begin{vmatrix}5 & -6\\ 2 & -2\end{vmatrix}=5\cdot(-2)-2\cdot(-6)=$	**3p**
	$=-10+12=2$	**2p**
b)	$A(a)A(b)=\begin{pmatrix}1+4a & -6a\\ 2a & 1-3a\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1+4b & -6b\\ 2b & 1-3b\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1+4a+4b+4ab & -6b-6ab-6a\\ 2a+2ab+2b & 1-3a-3b-3ab\end{pmatrix}=$	**3p**
	$=\begin{pmatrix}1+4(a+b+ab) & -6(a+b+ab)\\ 2(a+b+ab) & 1-3(a+b+ab)\end{pmatrix}=A(a+b+ab)$, pentru orice numere reale a și b	**2p**
c)	$A(m+n+mn)=A(2) \Leftrightarrow m+n+mn=2$	**2p**
	Cum m și n sunt numere naturale, $(m+1)(n+1)=3 \Rightarrow m=2$, $n=0$ sau $m=0$, $n=2$	**3p**
2.a)	$x\circ y=2xy-2x-2y+2+1=$	**2p**
	$=2x(y-1)-2(y-1)+1=2(x-1)(y-1)+1$, pentru orice numere reale x și y	**3p**
b)	$x\circ x=2(x-1)^2+1$, de unde obținem $(x-1)^2\le 4$	**2p**
	$x\in[-1,3]$	**3p**
c)	$1\circ x=1$, pentru orice număr real x	**2p**
	$1^n\circ 2^n\circ 3^n\circ\ldots\circ 2019^n=1\circ\left(2^n\circ 3^n\circ\ldots\circ 2019^n\right)=1$, pentru orice număr natural nenul n	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=x'-(e\ln x)'=$	**2p**
	$=1-e\cdot\frac{1}{x}=\frac{x-e}{x}$, $x\in(0,+\infty)$	**3p**
b)	Tangenta la graficul funcției f în punctul $(a,f(a))$ este paralelă cu axa $Ox \Leftrightarrow f'(a)=0$	**3p**
	$a-e=0\Leftrightarrow a=e$	**2p**
c)	$f'(x)<0$, pentru orice $x\in(0,e)\Rightarrow f$ este strict descrescătoare pe $(0,e)$ și $f'(x)>0$, pentru orice $x\in(e,+\infty)\Rightarrow f$ este strict crescătoare pe $(e,+\infty)$	**2p**
	$e^x=x^e\Leftrightarrow x=\ln x^e\Leftrightarrow f(x)=0$ și, cum f este continuă și $f(e)=0$, ecuația $e^x=x^e$ are exact o soluție în $(0,+\infty)$	**3p**
2.a)	$\int_0^3\frac{f(x)}{e^x}dx=\int_0^3(x-1)(x+1)dx=\int_0^3(x^2-1)dx=\left.\left(\frac{x^3}{3}-x\right)\right\|_0^3=$	**3p**
	$=9-3=6$	**2p**
b)	$\mathcal{A}=\int_1^2\|f(x)\|dx=\int_1^2(x^2-1)e^xdx=\left.(x^2-1)e^x\right\|_1^2-\int_1^2 2xe^xdx=$	**2p**
	$=3e^2-0-2\left.(x-1)e^x\right\|_1^2=3e^2-2e^2=e^2$	**3p**
c)	$\int_2^a\frac{2xe^x}{f(x)}dx=\int_2^a\frac{2x}{x^2-1}dx=\left.\ln(x^2-1)\right\|_2^a=\ln\frac{a^2-1}{3}$	**3p**
	$\ln\frac{a^2-1}{3}=3\ln 2\Leftrightarrow a^2-25=0$ și, cum a este număr real, $a>2$, obținem $a=5$	**2p**