Examenul național de bacalaureat 2022
Proba E. c)
Matematică *M_şt-nat*

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Varianta 7

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	$m_a=\frac{a+b}{2}=\frac{20-\sqrt{21}+22+\sqrt{21}}{2}=$	**3p**
	$=\frac{42}{2}=21$	**2p**
2.	$f(a)=a-1$, pentru orice număr real a	**2p**
	$g(a)=3-a\Rightarrow f(a)+g(a)=a-1+3-a=2$, pentru orice număr real a	**3p**
3.	$7x-6=x^2\Rightarrow x^2-7x+6=0$	**2p**
	$x=1$ sau $x=6$, care convin	**3p**
4.	Cifra unităților se poate alege în 2 moduri	**2p**
	Pentru fiecare alegere a cifrei unităților, cifra zecilor se poate alege în câte 4 moduri, deci se pot forma $2\cdot 4=8$ numere	**3p**
5.	$M(3,3)$	**2p**
	$OM=3\sqrt{2}$, $AM=3\sqrt{2}$, de unde obținem că triunghiul AOM este isoscel	**3p**
6.	Măsura unghiului ACB este egală cu 30°	**2p**
	Dacă AD este înălțimea din vârful A a triunghiului ABC, atunci triunghiul ACD este dreptunghic, cu unghiul ACD de 30°, de unde obținem $AD=\frac{AC}{2}=2$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1.a)	$A(1)=\begin{pmatrix}1 & -1\\ 1 & 2\end{pmatrix}\Rightarrow \det(A(1))=\begin{vmatrix}1 & -1\\ 1 & 2\end{vmatrix}=1\cdot 2-(-1)\cdot 1=$	**3p**
	$=2+1=3$	**2p**
b)	$A(-1)=\begin{pmatrix}1 & 1\\ -1 & 0\end{pmatrix}, A(2)=\begin{pmatrix}1 & -2\\ 2 & 3\end{pmatrix}\Rightarrow A(-1)\cdot A(2)-A(-1)=\begin{pmatrix}3 & 1\\ -1 & 2\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}1 & 1\\ -1 & 0\end{pmatrix}=$	**3p**
	$=\begin{pmatrix}2 & 0\\ 0 & 2\end{pmatrix}=2I_2$	**2p**
c)	$A(x)\cdot A(-x)+xA(x)=\begin{pmatrix}1+x^2 & x^2\\ -x^2 & 1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}x & -x^2\\ x^2 & x^2+x\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1+x+x^2 & 0\\ 0 & 1+x+x^2\end{pmatrix}=(x^2+x+1)I_2$, pentru orice număr real x	**3p**
	$(x^2+x+1)I_2=3I_2$, de unde obținem $x^2+x-2=0$, deci $x=-2$ sau $x=1$	**2p**
2.a)	$1\circ 2=4(1\cdot 2+1)-3(1+2)=$	**3p**
	$=12-9=3$	**2p**
b)	$a\circ 3=9a-5$, deci $9a-5=4$, de unde obținem $a=1$	**3p**
	$a\circ(-a)=1\circ(-1)=4(-1+1)-3(1-1)=0$	**2p**

c)	$x \circ 1 = x+1$, $(x \circ 1) \circ (x-1) = 4x^2 - 6x$, pentru orice număr real x	**3p**
	$4x^2 - 6x \le 4$, de unde obținem $x \in \left[-\frac{1}{2}, 2\right]$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x) = 4x + 1 - \frac{5}{x} =$	**3p**
	$= \frac{4x^2 + x - 5}{x} = \frac{(x-1)(4x+5)}{x}$, $x \in (0, +\infty)$	**2p**
b)	$\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{f(x) + 5\ln x}{3 - x - x^2} = \lim\limits_{x \to +\infty} \frac{2x^2 + x + 3}{3 - x - x^2} = \lim\limits_{x \to +\infty} \frac{x^2\left(2 + \frac{1}{x} + \frac{3}{x^2}\right)}{x^2\left(\frac{3}{x^2} - \frac{1}{x} - 1\right)} =$	**3p**
	$= \lim\limits_{x \to +\infty} \frac{2 + \frac{1}{x} + \frac{3}{x^2}}{\frac{3}{x^2} - \frac{1}{x} - 1} = -2$	**2p**
c)	$f'(x) = 0 \Rightarrow x = 1$; $f'(x) \le 0$, pentru orice $x \in (0,1] \Rightarrow f$ este descrescătoare pe $(0,1]$ și $f'(x) \ge 0$, pentru orice $x \in [1, +\infty) \Rightarrow f$ este crescătoare pe $[1, +\infty)$, deci $f(x) \ge f(1)$, pentru orice $x \in (0, +\infty)$	**3p**
	$f(1) = 6$, deci $2x^2 + x + 3 - 5\ln x \ge 6$, de unde obținem $2x^2 + x \ge 3 + 5\ln x$, pentru orice $x \in (0, +\infty)$	**2p**
2.a)	$\int_0^1 \frac{f(x)}{e^x}\,dx = \int_0^1 (3 - 2x)\,dx = \left(3x - 2 \cdot \frac{x^2}{2}\right)\Big\|_0^1 =$	**3p**
	$= 3 - 1 = 2$	**2p**
b)	$\int_0^2 f(x)\,dx = \int_0^2 (3 - 2x)e^x dx = (3 - 2x)e^x \Big\|_0^2 + 2e^x \Big\|_0^2 =$	**3p**
	$= -e^2 - 3 + 2e^2 - 2 = e^2 - 5$	**2p**
c)	$\int_a^1 \frac{e^{3x}}{f^3(x)}\,dx = \int_a^1 \frac{1}{(3-2x)^3}\,dx = -\frac{1}{2}\int_a^1 \frac{(3-2x)'}{(3-2x)^3}\,dx = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{(3-2x)^2}\Big\|_a^1 = \frac{1}{4} \cdot \left(1 - \frac{1}{(3-2a)^2}\right)$, pentru orice $a \in (-\infty, 1)$	**3p**
	$\frac{1}{4} \cdot \left(1 - \frac{1}{(3-2a)^2}\right) = \frac{2}{9}$ și, cum $a \in (-\infty, 1)$, obținem $a = 0$	**2p**