Examenul de bacalaureat național 2016
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Varianta 8

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\left(\sqrt{2}-3\right)^2=11-6\sqrt{2}$	**2p**
	$\left(\sqrt{2}+3\right)^2=11+6\sqrt{2}\Rightarrow\left(\sqrt{2}-3\right)^2+\left(\sqrt{2}+3\right)^2=11-6\sqrt{2}+11+6\sqrt{2}=22$	**3p**
2.	$f(-1)=0$	**3p**
	$f(-1)f(0)f(1)=0$	**2p**
3.	$x^2-6x+6=1\Rightarrow x^2-6x+5=0$	**2p**
	$x=1$ sau $x=5$, care verifică ecuația dată	**3p**
4.	Cifra unităților este 8	**2p**
	Cum cifrele sunt distincte, cifra zecilor poate fi aleasă în 3 moduri și, pentru fiecare alegere a acesteia, cifra sutelor poate fi aleasă în câte 2 moduri, deci se pot forma $3\cdot2\cdot1=6$ astfel de numere	**3p**
5.	$m_{AB}=1$ și $m_d=m_{AB}\Rightarrow m_d=1$	**3p**
	Ecuația dreptei d este $y=x$	**2p**
6.	$\sin\left(\frac{3\pi}{2}-x\right)=\sin\left(3\pi-\frac{3\pi}{2}-x\right)=\sin\left(3\pi-\left(\frac{3\pi}{2}+x\right)\right)=\sin\left(\pi-\left(\frac{3\pi}{2}+x\right)\right)=\sin\left(\frac{3\pi}{2}+x\right)$	**3p**
	$\sin\left(\frac{3\pi}{2}+x\right)-\sin\left(\frac{3\pi}{2}-x\right)=\sin\left(\frac{3\pi}{2}+x\right)-\sin\left(\frac{3\pi}{2}+x\right)=0$, pentru orice număr real x	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$A(1)=\begin{pmatrix}1&1&2\\0&1&2\\0&0&1\end{pmatrix}\Rightarrow\det\left(A(1)\right)=\begin{vmatrix}1&1&2\\0&1&2\\0&0&1\end{vmatrix}=$	**2p**
	$=1+0+0-0-0-0=1$	**3p**
b)	$A(x)A(y)=\begin{pmatrix}1&x&x^2+x\\0&1&2x\\0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&y&y^2+y\\0&1&2y\\0&0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&y+x&y^2+y+2xy+x^2+x\\0&1&2y+2x\\0&0&1\end{pmatrix}=$	**3p**
	$=\begin{pmatrix}1&x+y&(x+y)^2+(x+y)\\0&1&2(x+y)\\0&0&1\end{pmatrix}=A(x+y)$, pentru orice numere reale x și y	**2p**
c)	$A\left(\frac{1}{1\cdot2}\right)A\left(\frac{1}{2\cdot3}\right)\cdot\ldots\cdot A\left(\frac{1}{2016\cdot2017}\right)=A\left(\frac{1}{1\cdot2}+\frac{1}{2\cdot3}+\ldots+\frac{1}{2016\cdot2017}\right)=$ $=A\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\ldots+\frac{1}{2016}-\frac{1}{2017}\right)=A\left(\frac{2016}{2017}\right)$	**3p**
	$A\left(\frac{2016}{2017}\right)=A\left(\frac{a}{a+1}\right)\Leftrightarrow a=2016$	**2p**

2.a)	$f(1)=0 \Leftrightarrow 1^4+m\cdot 1^2+2=0$ $m=-3$	**2p** **3p**
b)	$x_1+x_2+x_3+x_4=0$ $x_1^2+x_2^2+x_3^2+x_4^2+2x_1x_2+2x_1x_3+2x_1x_4+2x_2x_3+2x_2x_4+2x_3x_4=(x_1+x_2+x_3+x_4)^2=0$, pentru orice număr real m	**2p** **3p**
c)	$f=X^4+3X^2+2=(X^2+1)(X^2+2)$ Polinoamele X^2+1 și X^2+2 au coeficienți reali, au gradul 2 și nu au rădăcini reale, deci sunt ireductibile în $\mathbb{R}[X]$	**3p** **2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=\dfrac{\sqrt{x^2+1}-\dfrac{x\cdot 2x}{2\sqrt{x^2+1}}}{x^2+1}=$ $=\dfrac{x^2+1-x^2}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}=\dfrac{1}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$, $x\in\mathbb{R}$	**3p** **2p**
b)	$f(0)=0$, $f'(0)=1$ Ecuația tangentei este $y-f(0)=f'(0)(x-0)$, adică $y=x$	**2p** **3p**
c)	$f'(x)>0$ pentru orice $x\in\mathbb{R}$, deci f este strict crescătoare pe $\mathbb{R}$ Cum $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x}{-x\sqrt{1+\dfrac{1}{x^2}}}=-1$, $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x}{x\sqrt{1+\dfrac{1}{x^2}}}=1$ și funcția f este continuă, atunci pentru orice $a\in(-1,1)$, ecuația $f(x)=a$ are soluție unică	**2p** **3p**
2.a)	$\int_0^2 f(x)e^{-x}dx=\int_0^2 e^x(x-1)e^{-x}dx=\int_0^2(x-1)dx=\left(\dfrac{x^2}{2}-x\right)\Big\|_0^2=$ $=\dfrac{4}{2}-2=0$	**3p** **2p**
b)	$\mathcal{A}=\int_1^2\|f(x)\|dx=\int_1^2(x-1)e^x dx=(x-2)e^x\Big\|_1^2=$ $=0-(-1)e=e$	**3p** **2p**
c)	$\int_{-n}^1\left(f(x)+e^x\right)dx=\int_{-n}^1 xe^x dx=(x-1)e^x\Big\|_{-n}^1=(n+1)e^{-n}$ $\lim\limits_{n\to+\infty}\int_{-n}^1\left(f(x)+e^x\right)dx=\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{n+1}{e^n}=0$	**3p** **2p**