

**Examenul de bacalaureat național 2019**  
**Proba E. c)**  
**Matematică M\_tehnologic**  
**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

**Varianta 6**

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

1.	$\sqrt{7}(\sqrt{7}+1)-\sqrt{7}=\sqrt{7}\cdot\sqrt{7}+\sqrt{7}-\sqrt{7}=7+0=7$	2p 3p
2.	$f(0)=8$ Coordonatele punctului de intersecție cu axa $Oy$ sunt $x=0$ și $y=8$	3p 2p
3.	$x^2+9=5^2 \Rightarrow x^2-16=0$ $x=-4$ sau $x=4$ , care convin	2p 3p
4.	$x-\frac{40}{100}\cdot x=300$ , unde $x$ este prețul obiectului înainte de ieftinire $x=500$ de lei	3p 2p
5.	$M(0,2)$ , unde punctul $M$ este mijlocul laturii $AB$ $CM=4$	2p 3p
6.	$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ , $\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sin 60^\circ - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{3}{4} - \frac{2}{4} = \frac{1}{4}$	2p 3p

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1.a)	$\det A = \begin{vmatrix} 6 & -10 \\ 3 & -5 \end{vmatrix} = 6 \cdot (-5) - 3 \cdot (-10) = -30 + 30 = 0$	3p 2p
b)	$A \cdot A = A$ și $M(a) \cdot M(b) = (I_2 + aA)(I_2 + bA) = I_2 + aA + bA + abA \cdot A = I_2 + aA + bA + abA = I_2 + (a+b+ab)A = M(a+b+ab)$ , pentru orice numere reale $a$ și $b$	2p 3p
c)	$(I_2 + A) + (I_2 + 2A) + \dots + (I_2 + 2019A) = 2019I_2 + (1+2+\dots+2019)A = 2019(I_2 + 1010A) = 2019M(1010)$ , de unde obținem $a=1010$	3p 2p
2.a)	$f(1) = m \cdot 1^3 + 2 \cdot 1^2 - m \cdot 1 - 2 = m + 2 - m - 2 = 0$ , pentru orice număr real nenul $m$	3p 2p
b)	$f = 3X^3 + 2X^2 - 3X - 2 \Rightarrow f = (X-1)(X+1)(3X+2)$ $x_1 = -1$ , $x_2 = -\frac{2}{3}$ , $x_3 = 1$	2p 3p
c)	$x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3 = -1$ , $x_1x_2x_3 = \frac{2}{m}$ $\frac{x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3}{x_1x_2x_3} = -4 \Leftrightarrow \frac{-m}{2} = -4 \Leftrightarrow m = 8$	2p 3p

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

<b>1.a)</b>	$f'(x) = 3x^2 - 3 =$ $= 3(x^2 - 1) = 3(x-1)(x+1), x \in \mathbb{R}$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>b)</b>	$f''(x) = 6x, x \in \mathbb{R}$ $f''(x) \geq 0$ , pentru orice $x \in [0, +\infty)$ , deci funcția $f$ este convexă pe $[0, +\infty)$	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>c)</b>	$f'(x) \geq 0$ , pentru orice $x \in (-\infty, -1] \Rightarrow f$ este crescătoare pe $(-\infty, -1]$ și $f'(x) \leq 0$ , pentru orice $x \in [-1, 1] \Rightarrow f$ este descrescătoare pe $[-1, 1]$ $f(x) \leq f(-1)$ , pentru orice $x \in (-\infty, 1]$ și $f(-1) = 7$ , deci $f(x) \leq 7$ , pentru orice $x \in (-\infty, 1]$	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>2.a)</b>	$\int_0^1 f^2(x) dx = \int_0^1 (3x^2 + 6x + 7) dx = \left( \frac{3x^3}{3} + \frac{6x^2}{2} + 7x \right) \Big _0^1 =$ $= 1 + 3 + 7 - 0 = 11$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>b)</b>	$\int_{-1}^1 \frac{x+1}{f(x)} dx = \int_{-1}^1 \frac{x+1}{\sqrt{3x^2 + 6x + 7}} dx = \frac{1}{3} \sqrt{3x^2 + 6x + 7} \Big _{-1}^1 =$ $= \frac{1}{3} (\sqrt{16} - \sqrt{4}) = \frac{2}{3}$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>c)</b>	$\sqrt{3x^2 + 6x + 7} \geq \sqrt{7}$ , pentru orice $x \in [0, +\infty)$ $\mathcal{A} = \int_0^a  f(x)  dx = \int_0^a \sqrt{3x^2 + 6x + 7} dx \geq \int_0^a \sqrt{7} dx = a\sqrt{7}$ , pentru orice $a \in (0, +\infty)$	<b>2p</b> <b>3p</b>