

Examenul de bacalaureat național 2017

Proba E. c)

Matematică M_mate-info

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Varianta 2

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$\begin{aligned} z + \bar{z} + z\bar{z} &= 2+i+2-i+(2+i)(2-i)= \\ &= 4+4-i^2 = 9 \end{aligned}$	3p 2p
2.	$\begin{aligned} f(1) &= m \Rightarrow 1+2-3=m \\ m &= 0 \end{aligned}$	3p 2p
3.	$\begin{aligned} 1-\log_2 x &= 0 \text{ sau } 2-\log_2 x=0 \\ x &= 2 \text{ sau } x=4, \text{ care convin} \end{aligned}$	3p 2p
4.	<p>Mulțimea numerelor naturale de două cifre are 90 de elemente, deci sunt 90 de cazuri posibile</p> <p>Mulțimea numerelor naturale de două cifre, care au cifra zecilor strict mai mică decât cifra unităților are 36 de elemente, deci sunt 36 de cazuri favorabile</p> $p = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \frac{36}{90} = \frac{2}{5}$	2p 2p 1p
5.	$\begin{aligned} M(3,2), \text{ unde punctul } M &\text{ este mijlocul segmentului } AB \\ CM &= 3 \end{aligned}$	3p 2p
6.	$\begin{aligned} (1+\tan^2 x)\cos^2 x - (1+\cot^2 x)\sin^2 x &= \left(1 + \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}\right)\cos^2 x - \left(1 + \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x}\right)\sin^2 x = \\ &= \cos^2 x + \sin^2 x - (\sin^2 x + \cos^2 x) = 0, \text{ pentru orice } x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right) \end{aligned}$	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$A(9) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 9 \\ -2 & -1 & 3 \end{vmatrix} \Rightarrow \det(A(9)) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 9 \\ -2 & -1 & 3 \end{vmatrix} =$ $= 6 + (-2) + (-18) - (-8) - (-9) - 3 = 0$	2p 3p
b)	$\det(A(a)) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & a \\ -2 & -1 & 3 \end{vmatrix} = 9 - a$ Sistemul are soluție unică $\Leftrightarrow \det(A(a)) \neq 0$, deci $a \in \mathbb{R} \setminus \{9\}$	3p 2p
c)	<p>Sistemul are soluția (x_0, y_0, z_0), cu x_0, y_0 și z_0 numere reale nenule, deci $a = 9$ și soluția sistemului este de forma $(5\alpha, -7\alpha, \alpha)$, $\alpha \in \mathbb{R}$</p> $-x_0 + y_0 + z_0 = -5\alpha + (-7\alpha) + \alpha = -11\alpha = 11(5\alpha + (-7\alpha) + \alpha) = 11(x_0 + y_0 + z_0)$	3p 2p
2.a)	$\begin{aligned} x \circ y &= xy + 7x + 7y + 49 - 7 = \\ &= x(y+7) + 7(y+7) - 7 = (x+7)(y+7) - 7, \text{ pentru orice numere reale } x \text{ și } y \end{aligned}$	2p 3p

b)	$x \circ x = (x+7)^2 - 7$, deci $(x+7)^2 - 7 = x$ $(x+7)(x+6) = 0 \Leftrightarrow x = -7$ sau $x = -6$	2p 3p
c)	$(2017^a + 7)(-6 + 7) - 7 = 1 \Leftrightarrow 2017^a + 7 - 7 = 1$ $2017^a = 1 \Leftrightarrow a = 0$	3p 2p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = \frac{\frac{1}{x} \cdot (1-x) - \ln x \cdot (-1)}{(1-x)^2} =$ $= \frac{\frac{1-x}{x} + \ln x}{(1-x)^2} = \frac{1-x+x\ln x}{x(1-x)^2}, x \in (1, +\infty)$	3p 2p
b)	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{1-x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{-1} = 0$ Dreapta de ecuație $y=0$ este asimptotă orizontală spre $+\infty$ la graficul funcției f	3p 2p
c)	$g : (1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = x \ln x - x + 1 \Rightarrow g'(x) = \ln x$, deci $g'(x) > 0$ pentru orice $x \in (1, +\infty)$ Funcția g este strict crescătoare pe $(1, +\infty)$ și, cum $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 0$, obținem $g(x) > 0$, deci $x \ln x > x - 1$, pentru orice $x \in (1, +\infty)$	3p 2p
2.a)	$\int_0^1 (f(x) - 3x^2) dx = \int_0^1 (e^x + 3x^2 - 3x^2) dx = \int_0^1 e^x dx =$ $= e^x \Big _0^1 = e - 1$	2p 3p
b)	$\int_0^1 x f(x) dx = \int_0^1 (x e^x + 3x^3) dx = (x-1)e^x \Big _0^1 + \frac{3x^4}{4} \Big _0^1 =$ $= 1 \cdot e^0 + \frac{3}{4} = \frac{7}{4}$	3p 2p
c)	$g(x) = 3x^2 \Rightarrow A = \int_0^n g(x) dx = \int_0^n 3x^2 dx = x^3 \Big _0^n = n^3$ $n^3 = n^2 - n + 1 \Leftrightarrow (n-1)(n^2+1) = 0 \Leftrightarrow n = 1$	3p 2p