# Examenul de bacalaureat naţional 2018
## Proba E. c)
## Matematică *M_mate-info*
## BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

**Varianta 2**

***Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică***
***Filiera vocaţională, profilul militar, specializarea matematică-informatică***

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

**SUBIECTUL I** **(30 de puncte)**

| | | |
|---|---|---|
| **1.** | $z=a+bi$, $\overline{z}=a-bi \Rightarrow 2\overline{z}-z=a-3bi$, unde $a$ și $b$ sunt numere reale | **3p** |
| | $a-3bi=1-3i \Rightarrow a=1$ și $b=1$, deci $z=1+i$ | **2p** |
| **2.** | $y_V=0 \Leftrightarrow \Delta=0$ | **3p** |
| | Cum $\Delta=m^2-4$, obținem $m^2-4=0$, deci $m=-2$ sau $m=2$ | **2p** |
| **3.** | $2\lg x=\lg(x+2) \Rightarrow x^2-x-2=0$ | **3p** |
| | $x=-1$, care nu convine, $x=2$, care convine | **2p** |
| **4.** | Mulțimea numerelor naturale de două cifre are 90 de elemente, deci sunt 90 de cazuri posibile | **1p** |
| | Mulțimea numerelor naturale de două cifre, care au cifrele distincte și impare are 20 de elemente, deci sunt 20 de cazuri favorabile | **2p** |
| | $p=\dfrac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}}=\dfrac{20}{90}=\dfrac{2}{9}$ | **2p** |
| **5.** | Panta dreptei $d$ este $m_d=1 \Rightarrow$ panta unei drepte perpendiculare pe dreapta $d$ este $m=-1$ | **3p** |
| | Ecuația dreptei care trece prin punctul $A$ și este perpendiculară pe dreapta $d$ este $y=-x-3$ | **2p** |
| **6.** | $\sin\left(\frac{\pi}{4}+x\right)-\cos\left(\frac{\pi}{4}-x\right)=\sin\frac{\pi}{4}\cos x+\cos\frac{\pi}{4}\sin x-\left(\cos\frac{\pi}{4}\cos x+\sin\frac{\pi}{4}\sin x\right)=$ | **2p** |
| | $=\frac{\sqrt{2}}{2}(\cos x+\sin x-\cos x-\sin x)=0$, pentru orice număr real $x$ | **3p** |

**SUBIECTUL al II-lea** **(30 de puncte)**

| | | |
|---|---|---|
| **1.a)** | $M(0)=\begin{pmatrix}0&1&1\\1&0&1\\1&1&0\end{pmatrix} \Rightarrow \det(M(0))=\begin{vmatrix}0&1&1\\1&0&1\\1&1&0\end{vmatrix}=$ | **2p** |
| | $=0+1+1-0-0-0=2$ | **3p** |
| **b)** | $\det(M(m))=\begin{vmatrix}2m&1&1\\1&2m&1\\1&1&2m\end{vmatrix}=2(m+1)(2m-1)^2$, pentru orice număr real $m$ | **3p** |
| | $m=-1$ sau $m=\frac{1}{2}$ | **2p** |
| **c)** | $a-b=\frac{1}{3}$, $b-c=\frac{1}{3}$ și $a-c=\frac{2}{3}$ | **3p** |
| | Deoarece $a-b\notin\mathbb{Z}$, $b-c\notin\mathbb{Z}$ și $a-c\notin\mathbb{Z} \Rightarrow$ cel mult unul dintre numerele $a$, $b$ și $c$ este întreg | **2p** |
| **2.a)** | $x*y=4xy+3x+3y+\frac{9}{4}-\frac{3}{4}=$ | **2p** |
| | $=4x\left(y+\frac{3}{4}\right)+3\left(y+\frac{3}{4}\right)-\frac{3}{4}=4\left(x+\frac{3}{4}\right)\left(y+\frac{3}{4}\right)-\frac{3}{4}$, pentru orice numere reale $x$ și $y$ | **3p** |

| | | |
|---|---|---|
| **b)** | $x*x=4\left(x+\frac{3}{4}\right)^2-\frac{3}{4}$, $x*x*x=16\left(x+\frac{3}{4}\right)^3-\frac{3}{4}$, pentru orice număr real $x$ | **2p** |
| | $16\left(x+\frac{3}{4}\right)^3-\frac{3}{4}=-\frac{1}{2}\Leftrightarrow\left(x+\frac{3}{4}\right)^3=\frac{1}{64}$, de unde obţinem $x=-\frac{1}{2}$ | **3p** |
| **c)** | $4\left(ae^x-\frac{3}{4}+\frac{3}{4}\right)\cdot\left(ae^y-\frac{3}{4}+\frac{3}{4}\right)-\frac{3}{4}=ae^{x+y}-\frac{3}{4}$, pentru orice numere reale $x$ şi $y$ | **2p** |
| | $4a^2=a$, deci $a=0$ sau $a=\frac{1}{4}$ | **3p** |

**SUBIECTUL al III-lea** **(30 de puncte)**

| | | |
|---|---|---|
| **1.a)** | $f'(x)=16x-\frac{1}{x}=$ | **3p** |
| | $=\frac{16x^2-1}{x}=\frac{(4x-1)(4x+1)}{x}$, $x\in(0,+\infty)$ | **2p** |
| **b)** | $f(1)=8$, $f'(1)=15$, deci ecuaţia tangentei este $y-f(1)=f'(1)(x-1)\Leftrightarrow y=15x-7$ | **3p** |
| | $15\cdot\frac{2}{3}-7=3$, deci punctul $A\left(\frac{2}{3},3\right)$ aparţine tangentei la graficul funcţiei $f$ în punctul de abscisă $x=1$, situat pe graficul funcţiei $f$ | **2p** |
| **c)** | $x\in\left(\frac{1}{4},+\infty\right)\Rightarrow f'(x)>0$, deci $f$ este strict crescătoare pe $\left(\frac{1}{4},+\infty\right)$ | **2p** |
| | Cum $\frac{1}{4}<\frac{1}{3}<\frac{1}{\sqrt{7}}<\frac{1}{2}$, obţinem $f\left(\frac{1}{3}\right)<f\left(\frac{1}{\sqrt{7}}\right)<f\left(\frac{1}{2}\right)$ | **3p** |
| **2.a)** | $\int_0^1(x+3)f(x)dx=\int_0^1(2x+3)dx=\left(x^2+3x\right)\Big\vert_0^1=$ | **3p** |
| | $=1+3-0=4$ | **2p** |
| **b)** | $\int_0^1 f(x)dx=\int_0^1\frac{2x+3}{x+3}dx=\int_0^1\left(2-\frac{3}{x+3}\right)dx=2x\Big\vert_0^1-3\ln(x+3)\Big\vert_0^1=$ | **3p** |
| | $=2-3(\ln 4-\ln 3)=2-3\ln\frac{4}{3}$ | **2p** |
| **c)** | $I_n=\int_0^1 e^x(2x+3)^n dx=e^x(2x+3)^n\Big\vert_0^1-2n\int_0^1 e^x(2x+3)^{n-1}dx=$ | **3p** |
| | $=e\cdot 5^n-3^n-2nI_{n-1}$, deci $I_n+2nI_{n-1}=e\cdot 5^n-3^n$, pentru orice număr natural $n$, $n\geq 1$ | **2p** |