Examenul naţional de bacalaureat 2022
Proba E. c)

Matematică *M_şt-nat*

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Varianta 1

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$r=a_3-a_2=6$, unde r este rația progresiei aritmetice	**2p**
	$a_1=a_2-r=6-6=0$	**3p**
2.	$a-5+2a-5=2 \Leftrightarrow 3a=12$	**3p**
	$a=4$	**2p**
3.	$5^{x-1}=5^2$, deci $x-1=2$	**3p**
	$x=3$	**2p**
4.	Mulțimea numerelor naturale de două cifre are 90 de elemente, deci sunt 90 de cazuri posibile	**2p**
	În mulțimea numerelor naturale de două cifre sunt 6 numere care sunt multipli de 16, deci sunt 6 cazuri favorabile, de unde obținem $p=\frac{6}{90}=\frac{1}{15}$	**3p**
5.	$A\left(\frac{1+x_C}{2},\frac{4+y_C}{2}\right)$, de unde obținem $x_C=5$	**3p**
	$y_C=0$	**2p**
6.	$\sin\frac{\pi}{3}=\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sin\frac{\pi}{2}=1$, $\cos\frac{\pi}{6}=\frac{\sqrt{3}}{2}$	**3p**
	$E\left(\frac{\pi}{3}\right)=\frac{\sqrt{3}}{2}+1-\frac{\sqrt{3}}{2}=1$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$\det A=\begin{vmatrix}1 & -1\\ -1 & 1\end{vmatrix}=1\cdot 1-(-1)\cdot(-1)=$	**3p**
	$=1-1=0$	**2p**
b)	$B(0)=\begin{pmatrix}0 & 3\\ 2 & 0\end{pmatrix}\Rightarrow B(x)-B(0)=\begin{pmatrix}x & -x\\ -x & x\end{pmatrix}=$	**3p**
	$=x\begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & 1\end{pmatrix}=xA$, pentru orice număr real x	**2p**
c)	$C(a)=\begin{pmatrix}a & 3-a\\ 2-a & a\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 2\\ 1 & 1\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}a+1 & 2-a\\ 1-a & a+1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2-a & 2a+1\\ a+1 & 3-2a\end{pmatrix}\Rightarrow \det(C(a))=-10a+5$, pentru orice număr întreg a	**3p**
	$-10a+5=0\Rightarrow a=\frac{1}{2}\notin\mathbb{Z}$, deci matricea $C(a)$ este inversabilă, pentru orice număr întreg a	**2p**
2.a)	$1*2=(2\cdot 1-1)(2\cdot 2-1)+1=$	**3p**
	$=1\cdot 3+1=4$	**2p**

b)	$x*x=4x^2-4x+2$, pentru orice număr real x	**2p**
	$4x^2-4x+2=2\Rightarrow 4x^2-4x=0$, de unde obținem $x=0$ sau $x=1$	**3p**
c)	$m*\left(1+\frac{1}{m}\right)=(2m-1)\left(1+\frac{2}{m}\right)+1$, pentru orice număr întreg nenul m	**2p**
	$(2m-1)\left(1+\frac{2}{m}\right)=0$ și, cum m este număr întreg nenul, obținem $m=-2$	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=\left(2x^2\right)'+1'+(\ln x)'=$	**2p**
	$=4x+\frac{1}{x}=\frac{4x^2+1}{x},\ x\in(0,+\infty)$	**3p**
b)	$\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)-\ln x}{x^2+x+4}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{2x^2+1}{x^2+x+4}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x^2\left(2+\frac{1}{x^2}\right)}{x^2\left(1+\frac{1}{x}+\frac{4}{x^2}\right)}=$	**3p**
	$=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{2+\frac{1}{x^2}}{1+\frac{1}{x}+\frac{4}{x^2}}=2$	**2p**
c)	$f'(x)>0$, pentru orice $x\in(0,+\infty)\Rightarrow f$ este strict crescătoare, deci f este injectivă	**2p**
	f este continuă, $\lim\limits_{x\to0}f(x)=-\infty$ și $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$, deci f este surjectivă, de unde obținem că f este bijectivă	**3p**
2.a)	$\int_0^4\frac{f(x)}{e^x+2x^2}dx=\int_0^4 x\,dx=\left.\frac{x^2}{2}\right\vert_0^4=$	**3p**
	$=\frac{16}{2}-0=8$	**2p**
b)	$\int_0^1\left(f(x)-2x^3\right)dx=\int_0^1 xe^x\,dx=\left.xe^x\right\vert_0^1-\int_0^1 e^x\,dx=e-\left.e^x\right\vert_0^1=$	**3p**
	$=e-e+1=1$	**2p**
c)	$\int_1^2\frac{1}{x}\cdot f\left(x^2\right)dx=\int_1^2\frac{1}{x}\cdot x^2\left(e^{x^2}+2x^4\right)dx=\frac{1}{2}\int_1^2\left(x^2\right)'e^{x^2}\,dx+\int_1^2 2x^5\,dx=\left.\frac{1}{2}e^{x^2}\right\vert_1^2+\left.\frac{x^6}{3}\right\vert_1^2=\frac{e^4-e}{2}+21$	**3p**
	$\frac{e^4-e}{2}+21=\frac{e^4-e}{2}+a$, de unde obținem $a=21$	**2p**