Examenul de bacalaureat național 2019
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Varianta 8

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$3z_1 - z_2 = 3(3-i) - (8-3i) =$	**2p**
	$= 9 - 3i - 8 + 3i = 1$	**3p**
2.	$a - 5 + (a+1) - 5 = 35$	**2p**
	$2a - 9 = 35 \Rightarrow a = 22$	**3p**
3.	$4^x(2-4) + 32 = 0 \Leftrightarrow 4^x = 16$	**3p**
	$x = 2$	**2p**
4.	Mulțimea numerelor naturale de o cifră are 10 elemente, deci sunt 10 cazuri posibile	**2p**
	Numerele naturale de o cifră care verifică relația sunt 6, 7, 8 și 9, deci sunt 4 cazuri favorabile	**2p**
	$p = \dfrac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \dfrac{4}{10} = \dfrac{2}{5}$	**1p**
5.	$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CB}$, deci punctul C este mijlocul segmentului AB	**2p**
	$m = 4$	**3p**
6.	$\mathcal{A}_{\Delta ABC} = \dfrac{AB \cdot AC}{2} \Rightarrow 24 = \dfrac{6 \cdot AC}{2} \Rightarrow AC = 8$	**3p**
	$BC = 10$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$A(1) = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \ln 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(1)) = \begin{vmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \ln 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} =$	**2p**
	$= 2 + 0 + 0 - 0 - 0 - 0 = 2$	**3p**
b)	$A(a)A(b) = \begin{pmatrix} (a+1)(b+1) & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \ln((a+1)(b+1)) \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} =$	**3p**
	$= \begin{pmatrix} (ab+a+b)+1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \ln((ab+a+b)+1) \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = A(ab+a+b)$, pentru orice numere reale a și b, $a > 0$, $b > 0$	**2p**
c)	$A(a)A(a) = A\left((a+1)^2 - 1\right)$, $A(a)A(a)A(a) = A\left((a+1)^3 - 1\right)$, pentru a număr real, $a > 0$	**2p**
	$(a+1)^3 - 1 = 7 \Leftrightarrow (a+1)^3 = 8$, deci $a = 1$	**3p**
2.a)	$f(-2) = 6m - 6$, pentru m număr real	**3p**
	$6m - 6 = 0 \Rightarrow m = 1$	**2p**

b)	$f=X^3+X^2-X+2=(X+2)\left(X^2-X+1\right)$	**2p**
	$x_1=-2$, $x_2=\frac{1-i\sqrt{3}}{2}$, $x_3=\frac{1+i\sqrt{3}}{2}$	**3p**
c)	$x_1+x_2+x_3=-m$, $x_1x_2x_3=-2$	**2p**
	$a=\frac{x_1^3+mx_1^2}{x_1x_2x_3}+\frac{x_2^3+mx_2^2}{x_1x_2x_3}+\frac{x_3^3+mx_3^2}{x_1x_2x_3}=\frac{mx_1-2}{x_1x_2x_3}+\frac{mx_2-2}{x_1x_2x_3}+\frac{mx_3-2}{x_1x_2x_3}=\frac{m(x_1+x_2+x_3)-6}{x_1x_2x_3}=$ $=\frac{m^2+6}{2}\geq 3$, deci $a\in[3,+\infty)$, pentru orice număr real m	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=e^x\left(x^2+4x+1\right)+e^x(2x+4)=$	**3p**
	$=e^x\left(x^2+6x+5\right)=e^x(x+5)(x+1)$, $x\in\mathbb{R}$	**2p**
b)	Tangenta la graficul funcției f în $(x_0, f(x_0))$ este paralelă cu axa $Ox \Leftrightarrow f'(x_0)=0$	**2p**
	$e^{x_0}(x_0+5)(x_0+1)=0 \Leftrightarrow x_0=-5$ sau $x_0=-1$	**3p**
c)	$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0$, $f(-5)=\frac{6}{e^5}$, $f(-1)=-\frac{2}{e}$ și $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$	**2p**
	Cum f este continuă pe $\mathbb{R}$ și f este strict monotonă pe $(-\infty,-5)$, pe $(-5,-1)$ și pe $(-1,+\infty)$, ecuaţia $f(x)=a$ are exact trei soluţii reale $\Leftrightarrow a\in\left(0,\frac{6}{e^5}\right)$	**3p**
2.a)	F este o primitivă a funcției $f \Rightarrow F'(x)=f(x)=\frac{1}{\ln x}$, $x\in(1,+\infty)$	**2p**
	$F'(x)>0$, pentru orice $x\in(1,+\infty)$, deci F este strict crescătoare pe intervalul $(1,+\infty)$	**3p**
b)	$\int_e^{e^2}\frac{1}{x}f(x)dx=\int_e^{e^2}\frac{1}{x}\cdot\frac{1}{\ln x}dx=\ln(\ln x)\Big\vert_e^{e^2}=$	**3p**
	$=\ln 2-\ln 1=\ln 2$	**2p**
c)	$g(x)=\ln x \Rightarrow \mathcal{A}=\int_e^a\lvert g(x)\rvert dx=\int_e^a \ln x\,dx=x\ln x\Big\vert_e^a-\int_e^a x\cdot\frac{1}{x}dx=a\ln a-a$	**3p**
	$a\ln a-a=2a$ și, cum $a>e$, obținem $a=e^3$	**2p**